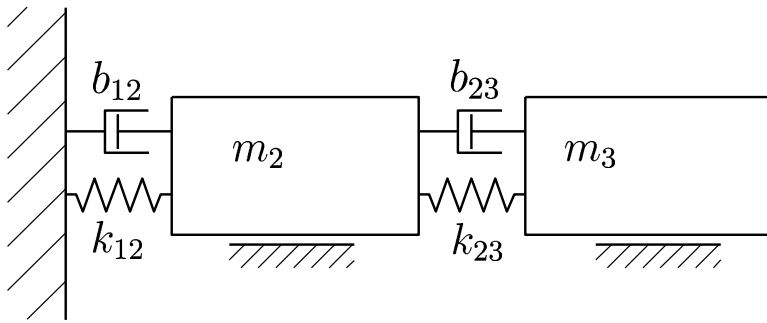


# Vliv nelinearity na modální analýzu mechanické soustavy

Vítězslav Bula

# Matematické modelování

Mechanický model



Matematický model

$$\Rightarrow \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t)$$



$$\underbrace{\dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \tilde{\Lambda}\tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{f}}}_{\downarrow}$$

$$\dot{q}_1 - \lambda_1 q_1 = \mathbf{w}_1^T \mathbf{f}$$

$$\dot{q}_2 - \lambda_2 q_2 = \mathbf{w}_2^T \mathbf{f}$$

⋮

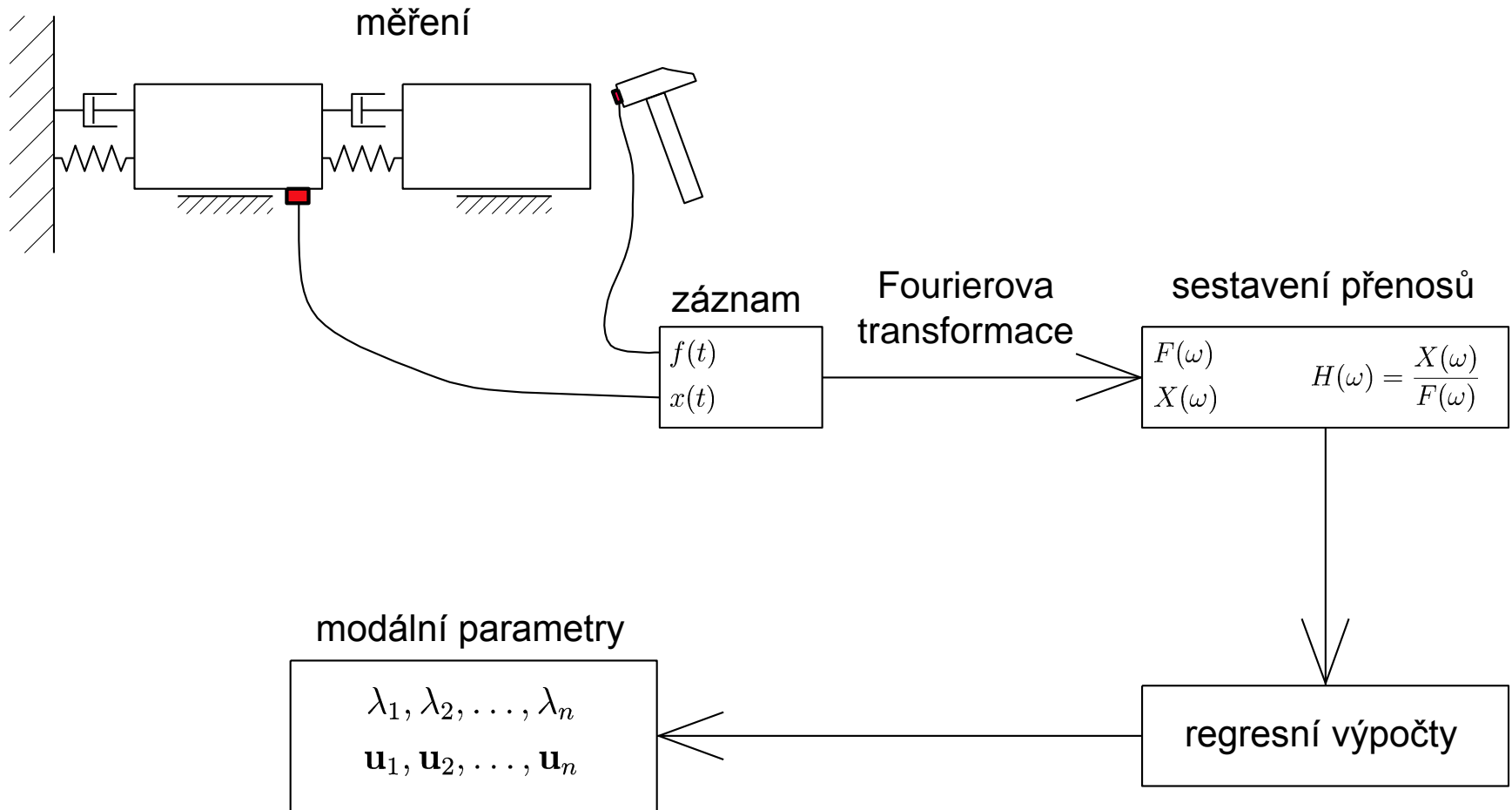
$$\dot{q}_n - \lambda_n q_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{f}$$



Modální transformace

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{V}} &= \mathbf{I} \\ \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{V}} &= -\tilde{\Lambda} \end{aligned} \right\} \boxed{\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{q}}}$$

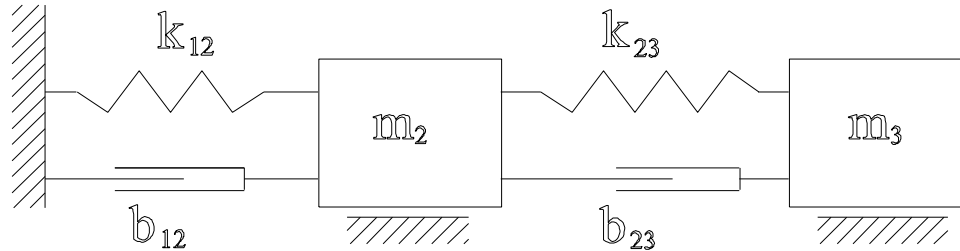
# Experimentální modální analýza



# Hlavní cíle

- vytvoření programových prostředků pro simulaci experimentální modální analýzy na počítači
- zjištění vlivu některých nelinearit mechanické soustavy na výsledky experimentální modální analýzy

# Lineární matematický model



$$\begin{array}{lll} k_{12} = 1,5e8 \text{ N/m} & b_{12} = 15270 \text{ Ns/m} & m_2 = 500 \text{ kg} \\ k_{23} = 0,38e8 \text{ N/m} & b_{23} = 2018 \text{ Ns/m} & m_3 = 100 \text{ kg} \end{array}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & m_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{12} + b_{23} & -b_{23} \\ -b_{23} & b_{23} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{12} + k_{23} & -k_{23} \\ -k_{23} & k_{23} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t),$$

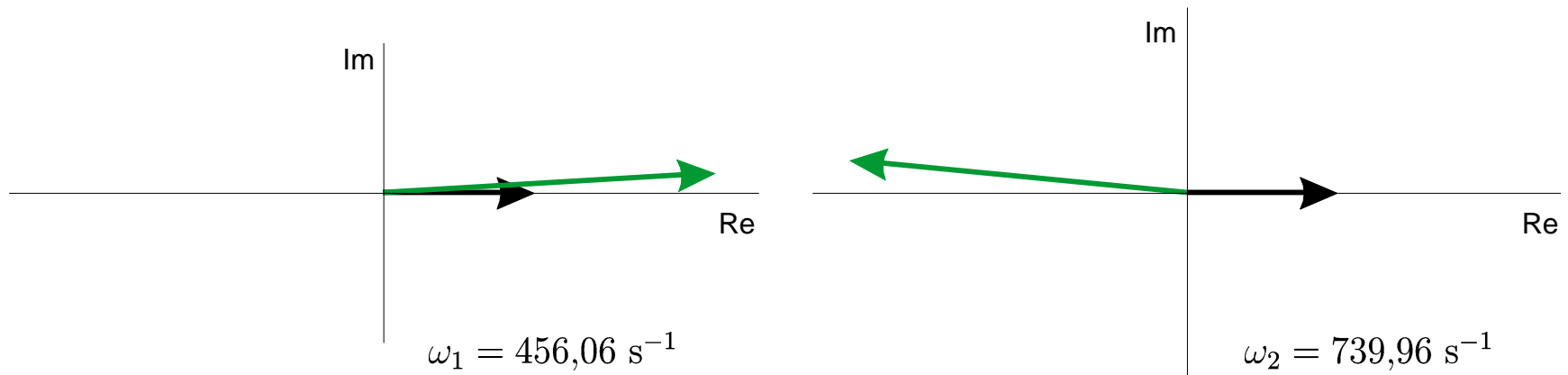
$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix}.$$

# Přesné výsledky pro lineární model

vlastní čísla  $\lambda_v$  a vlastní vektory  $\mathbf{u}_v$ :

$$\lambda_1 = -9,21987 + 456,06439i, \quad \lambda_2 = -18,15813 + 739,95755i;$$

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 10 + 0i \\ 22,09651 + 0,43336i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 10 + 0i \\ -22,60343 + 0,71947i \end{bmatrix}.$$



# Nelineární matematický model

## Řešené případy nelinearit

### a) viskózní útlum

- koeficient tlumení  $b$  je pro  $v \leq v_{\text{mez}}$  :  $b = b_0$   
 $v > v_{\text{mez}}$  :  $b = b_0 + b_1 v$ ;  $b_0, b_1 = \text{konst.}$

### b) smykové tření

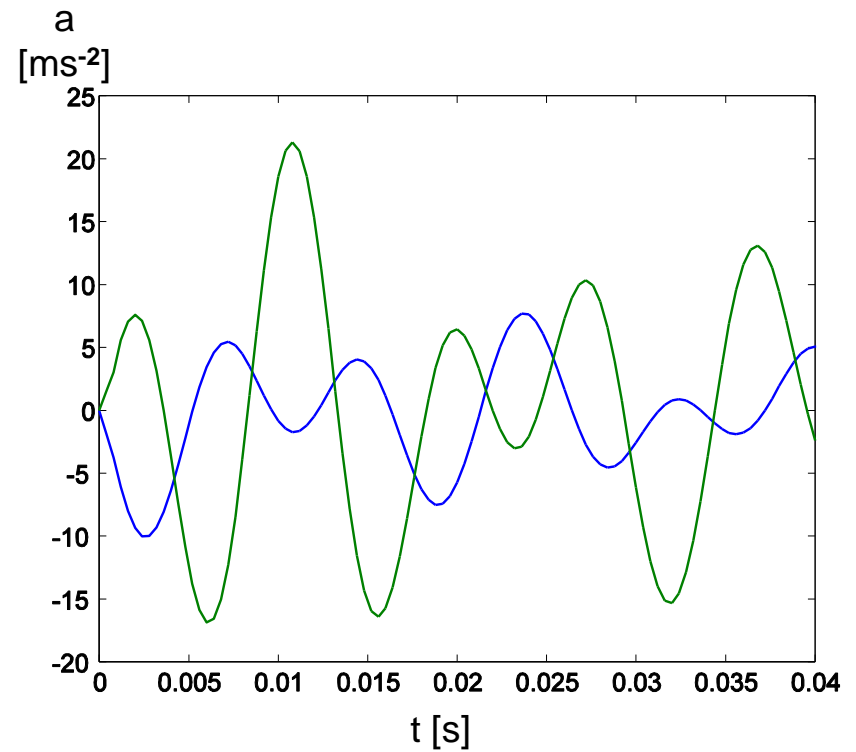
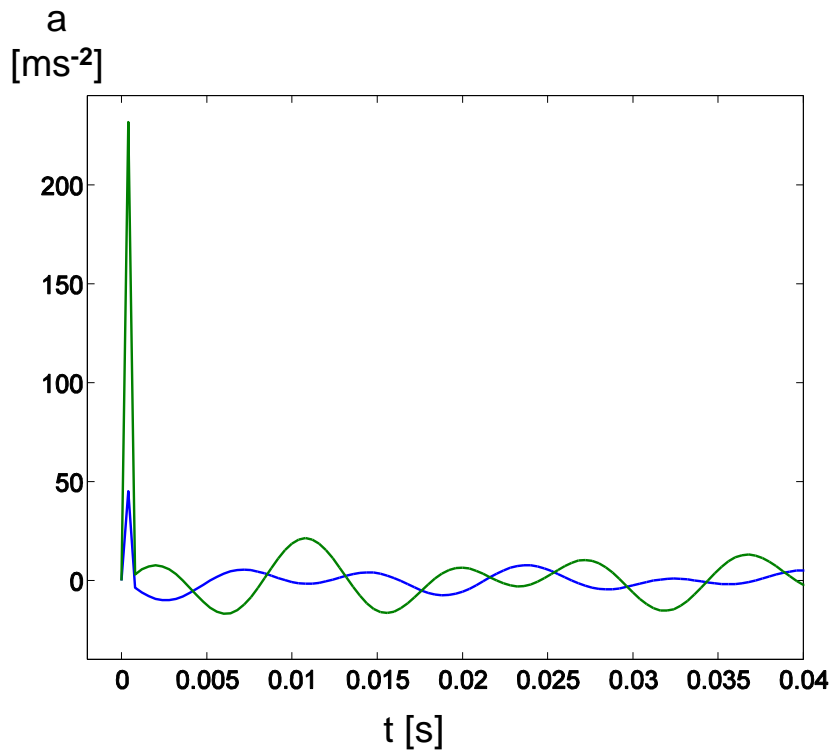
- součinitel smykového tření  $\mu = \text{konst.}$

### c) smykové tření

- součinitel smykového tření  $\mu = \mu(v)$

# Úprava signálu (1)

Časový průběh odezvy (zrychlení) bez úprav a po úpravě

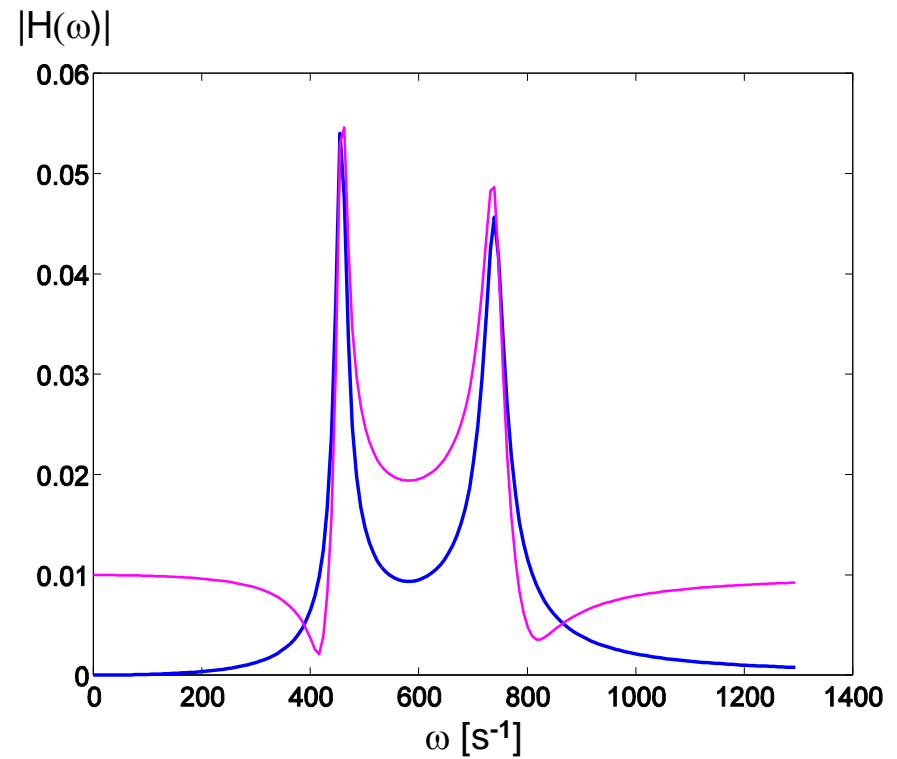
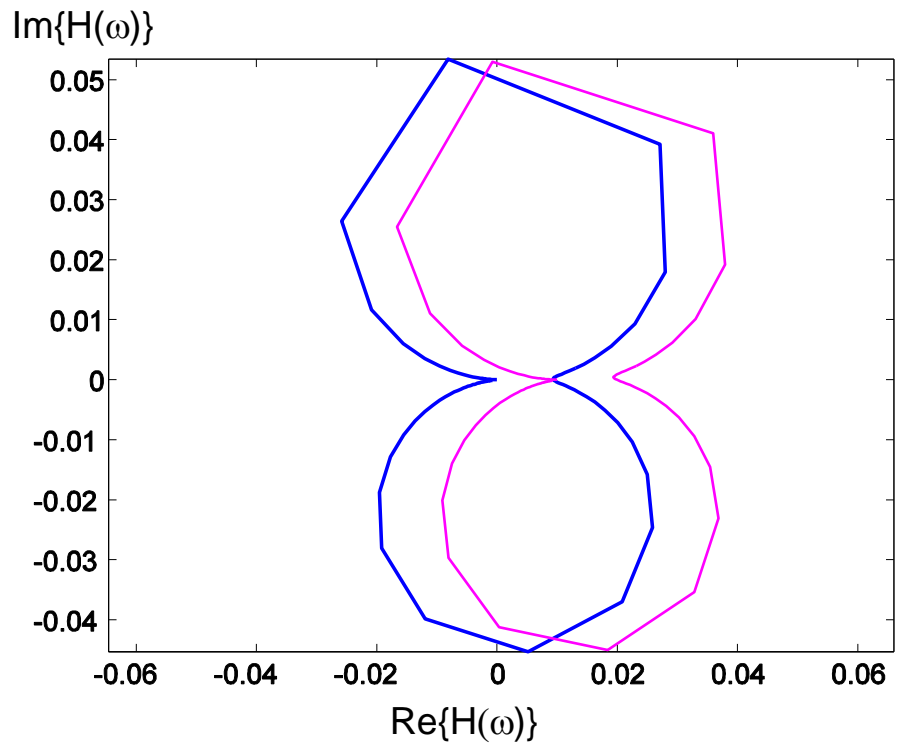


— odezva první hmoty  
— odezva druhé hmoty



# Úprava signálu (2)

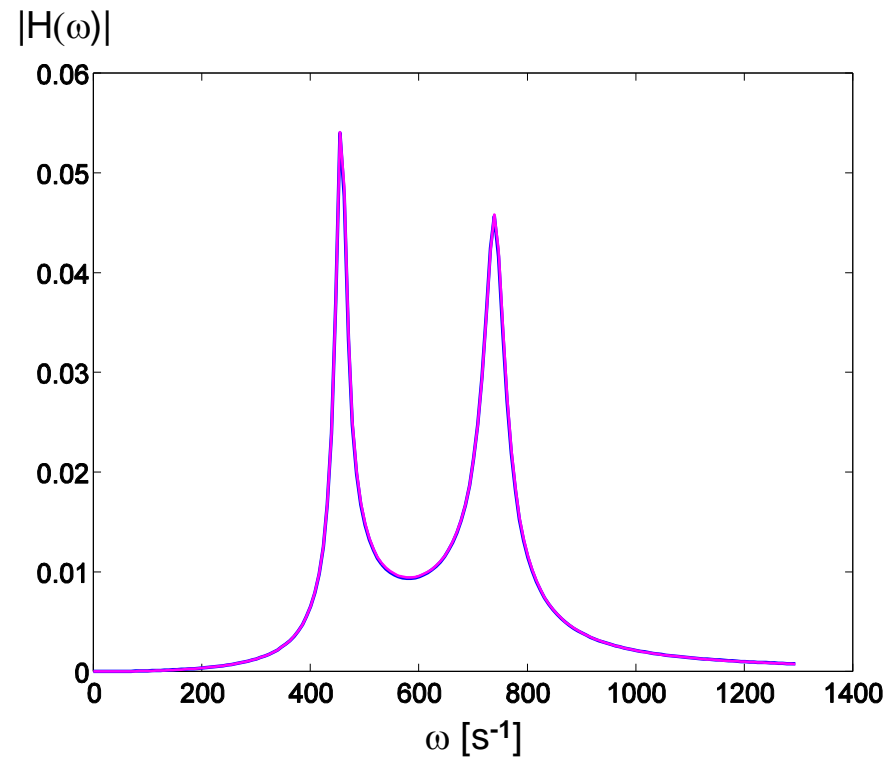
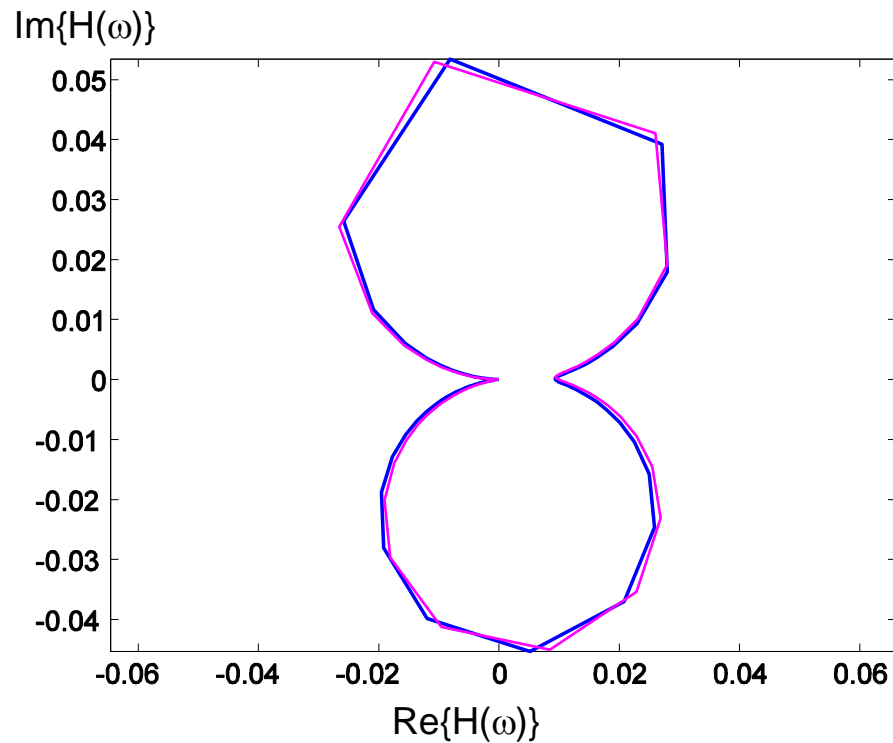
Průběhy přenosu signálu druhé hmoty bez úprav



- teoretický přenos lineární soustavy
- identifikovaný lineární přenos

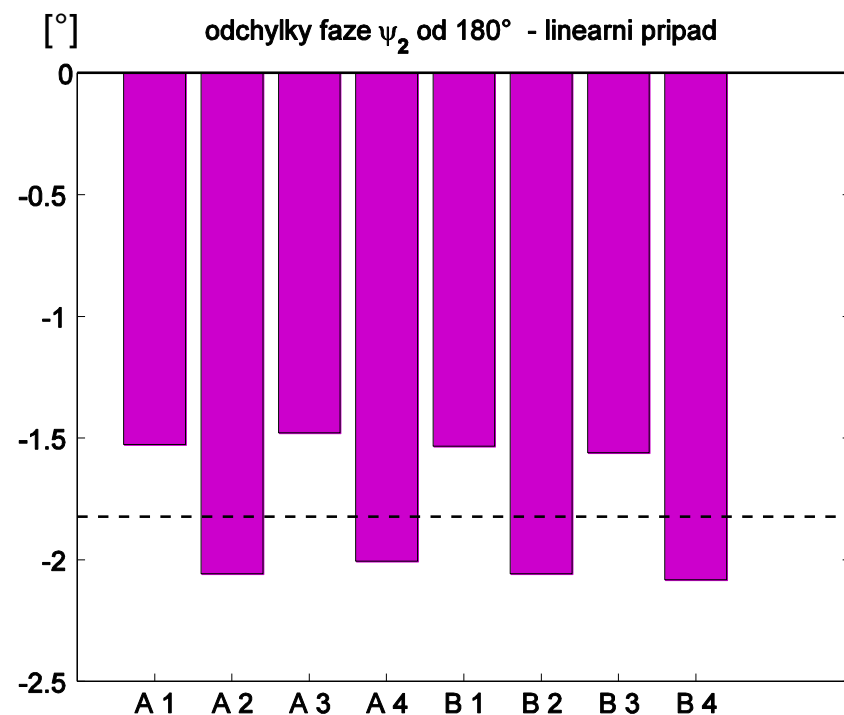
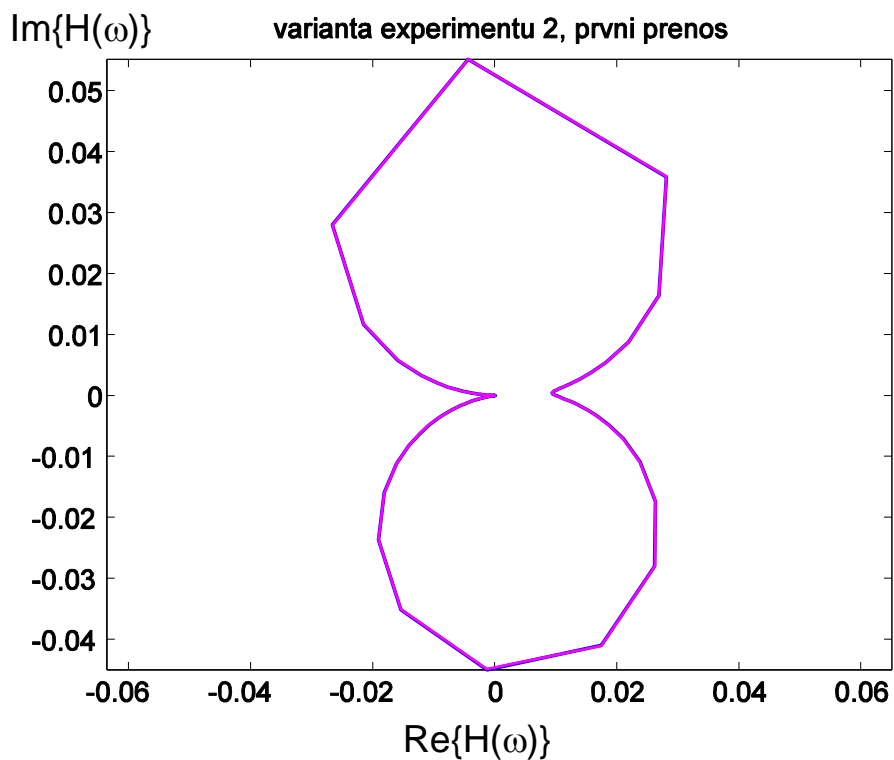
# Úprava signálu (3)

Průběhy přenosu signálu druhé hmoty po úpravě



- teoretický přenos lineární soustavy
- identifikovaný lineární přenos

# Testování - lineární model

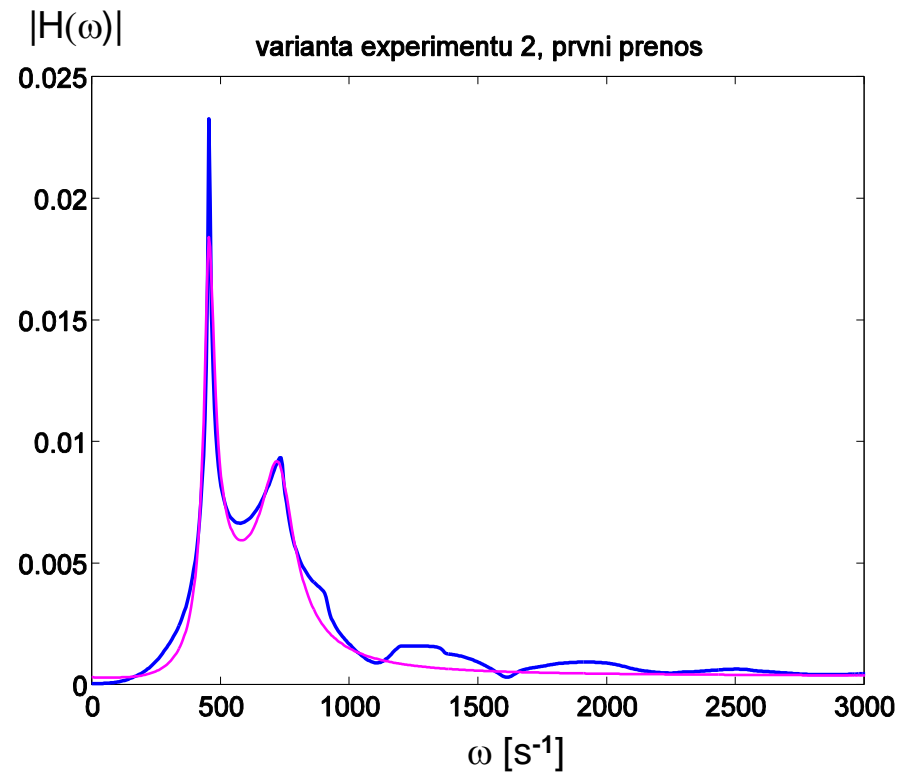
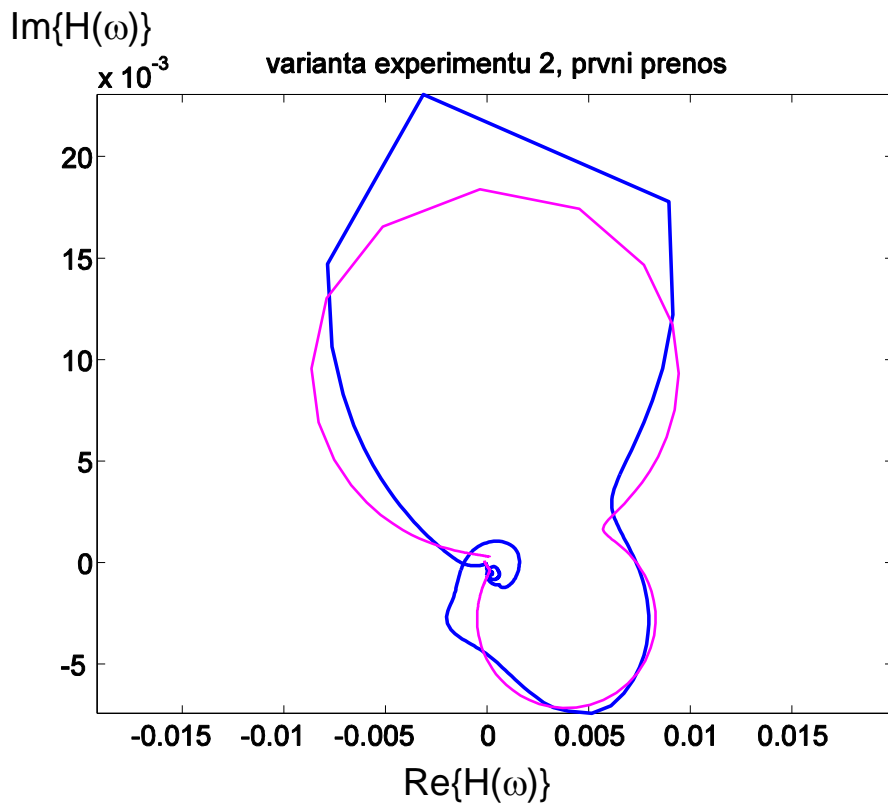


- naměřený přenos
- identifikovaný lineární přenos

# Testování - nelineární model

## viskózní tlumení

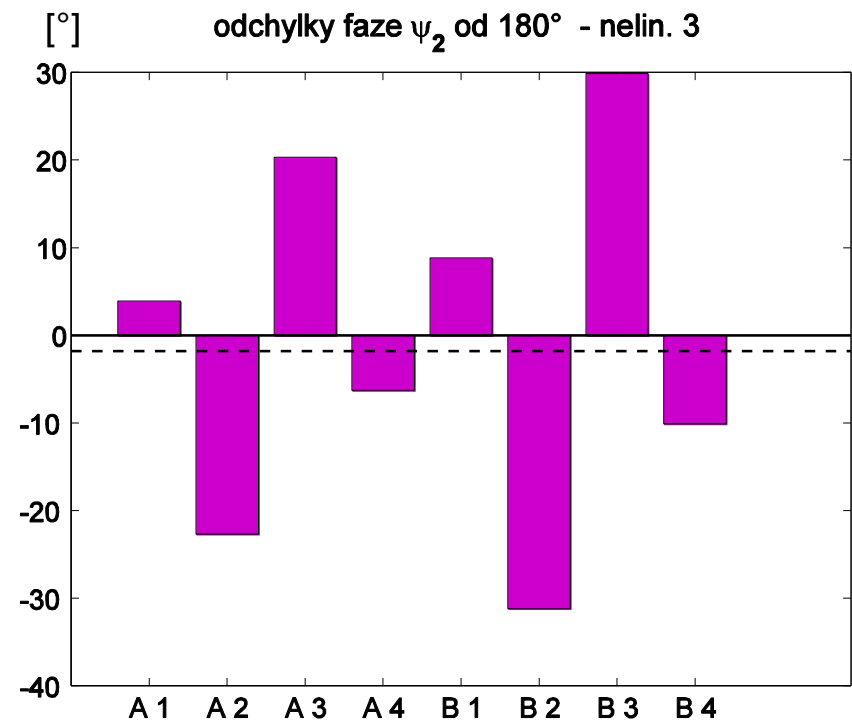
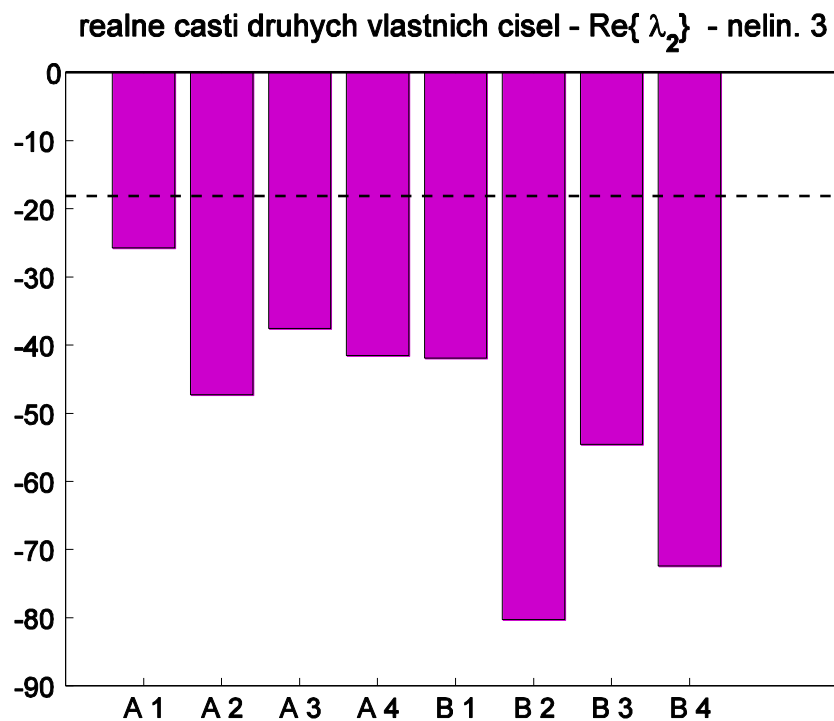
aproximace naměřeného přenosu identifikovaným lineárním přenosem



- naměřený přenos
- identifikovaný lineární přenos

# Testování - nelineární model

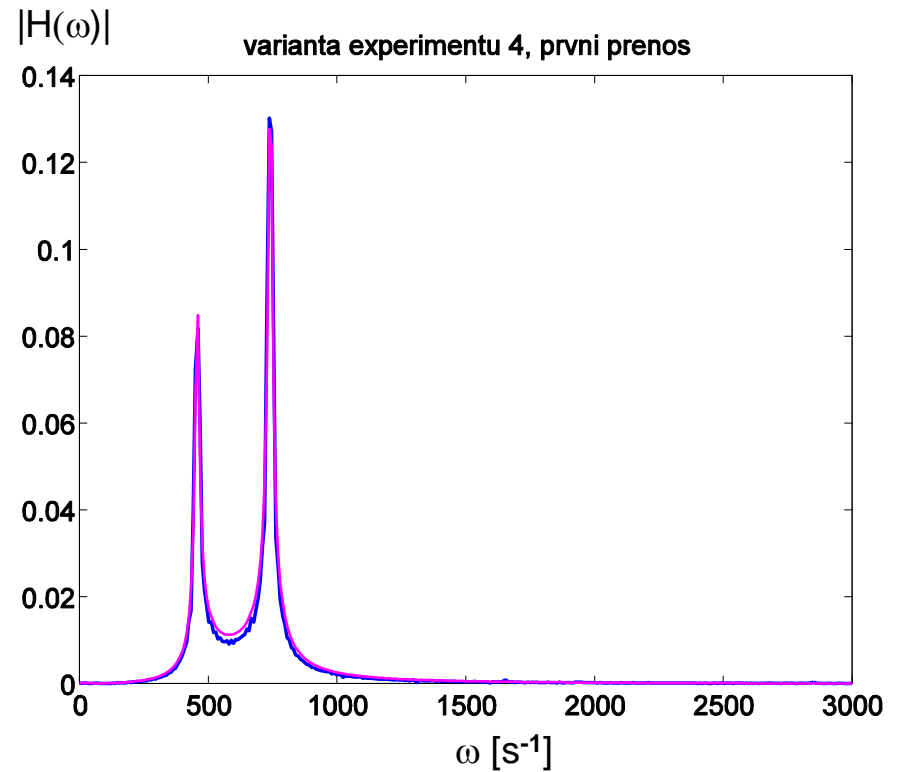
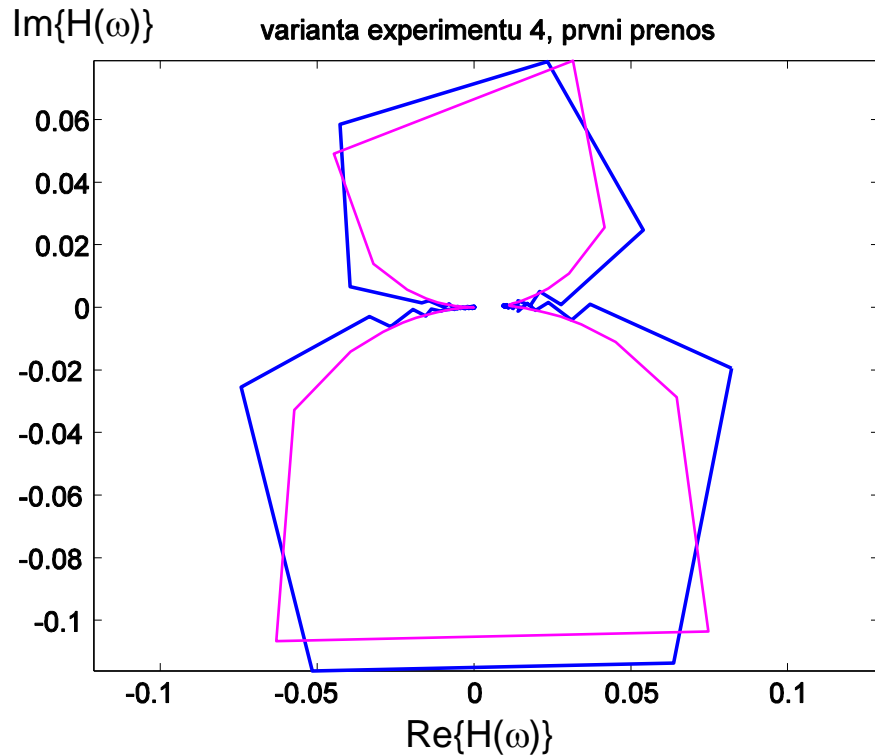
## viskózní tlumení



# Testování - nelineární model

## smykové tření $\mu = \text{konst.}$

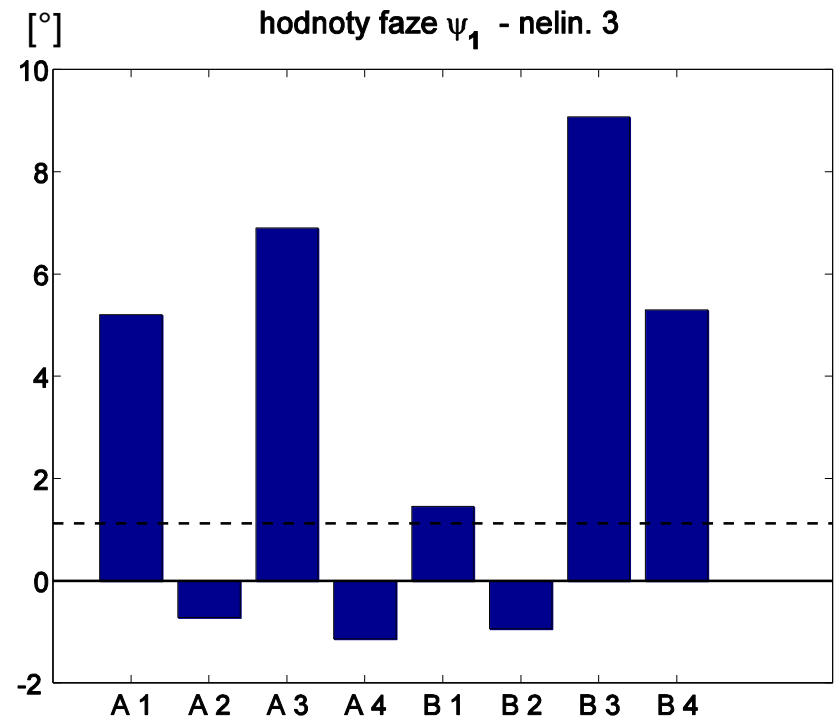
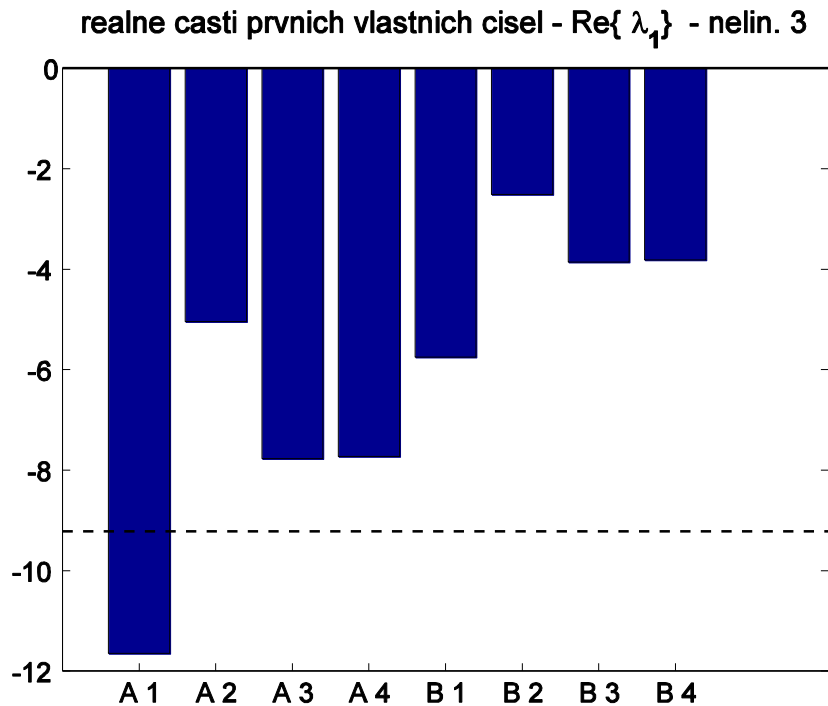
aproximace naměřeného přenosu identifikovaným lineárním přenosem



- naměřený přenos
- identifikovaný lineární přenos

# Testování - nelineární model

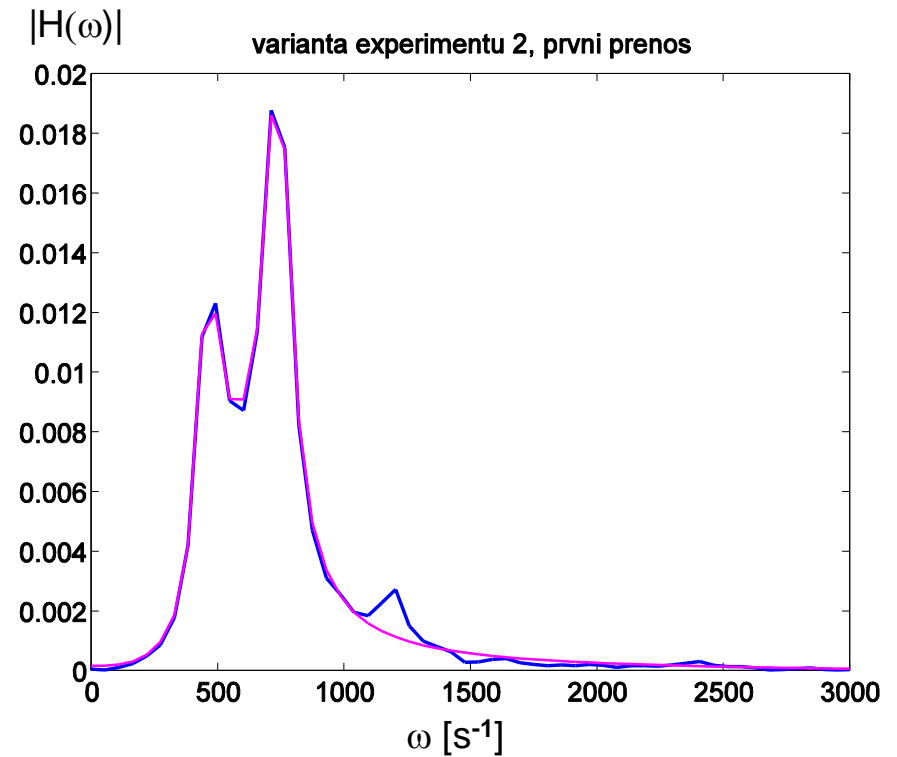
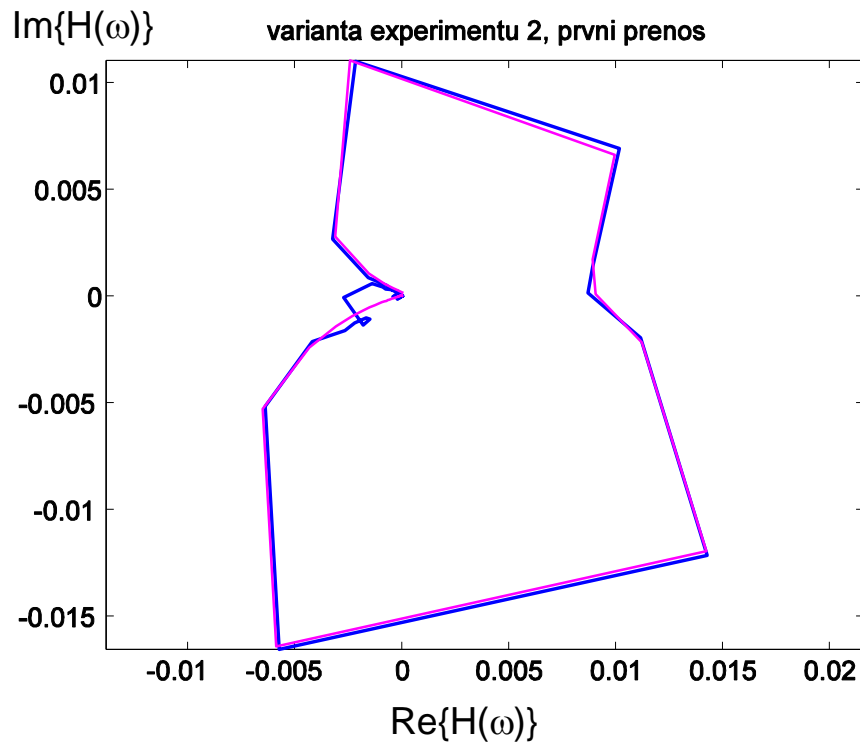
smykové tření  $\mu = \text{konst.}$



# Testování - nelineární model

## smykové tření $\mu = \mu(v)$

aproximace naměřeného přenosu identifikovaným lineárním přenosem



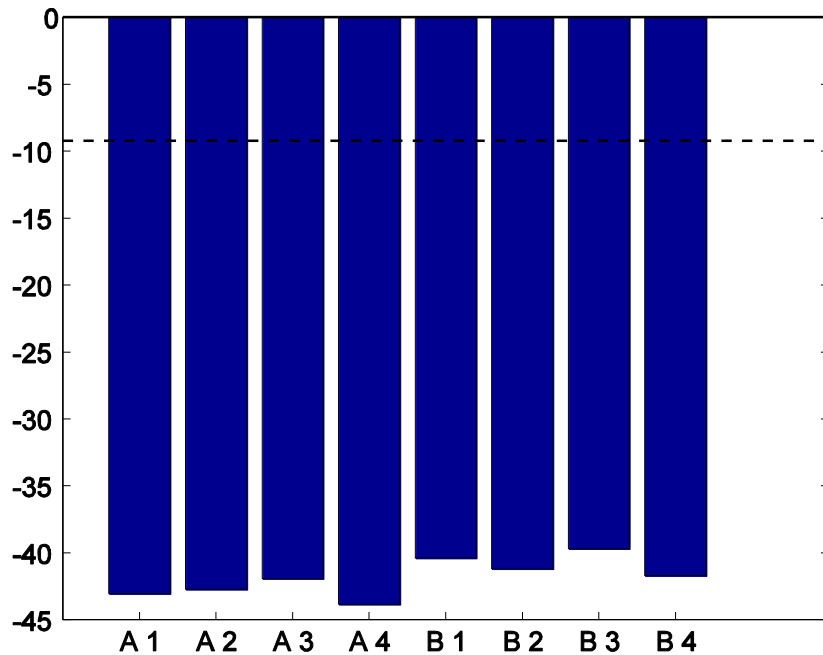
- naměřený přenos
- identifikovaný lineární přenos



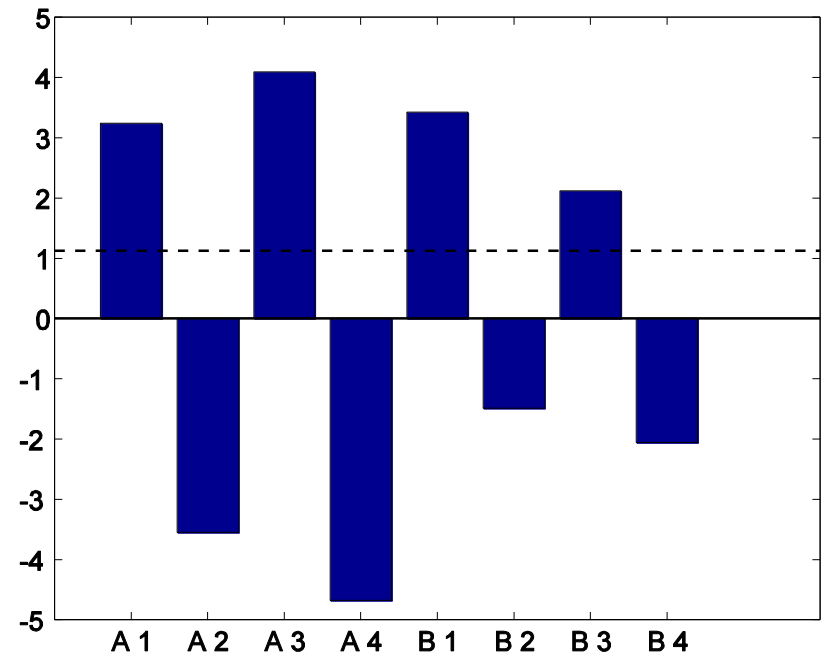
# Testování - nelineární model

smykové tření  $\mu = \mu(v)$

reálné části prvních vlastních čísel -  $\text{Re}\{\lambda_1\}$  - nelin. 3



hodnoty faze  $\psi_1$  - nelin. 3



# Závěr

- Úspěšné sestavení programových prostředků pro simulaci experimentální modální analýzy na počítači.
- Zvládnutí simulace s nelineárními modely obráběcího centra pro základní typy nelinearit respektující konstrukční uspořádání stroje.