

# Obrábění robotem se zpětnovazební tuhostí

Odbor mechaniky a mechatroniky  
ČVUT v Praze, Fakulta strojní

Student: Yaron Sela

Vedoucí: Prof. Ing. Michael Valášek, DrSc

# Úvod – Motivace

- Obráběcí stroj a důležitost dynamické tuhosti
- 2DOF manipulátor jako model obráběcího stroje
- Otázka : jak zvýšit dynamickou tuhost?
- TCP – Měření koncové polohy nástroje  
(Tool Center Position)



# Zadání práce

- Seznámit se s metodami řízení robotů a s TCP
- Modely rovinného 2R robota s kaskádní regulací a SMC
- Poddajnost pohonů a poddajnost robota
- Řízení s TCP
- Určení dynamické tuhosti

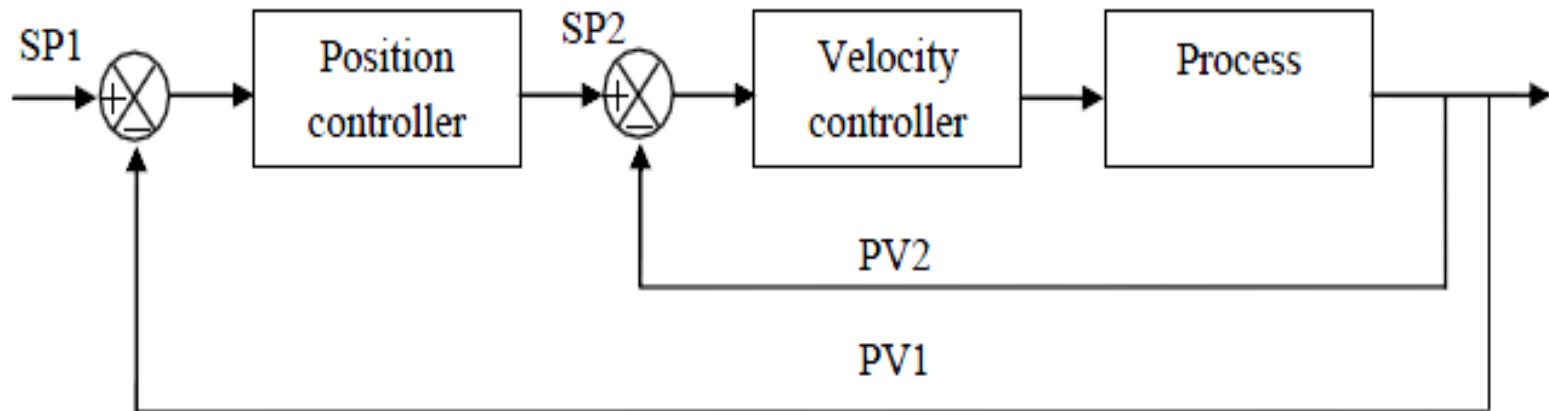
# Metody řízení robota

- Kaskádní řízení
- Klouzové řízení

# Kaskádní řízení

Princip:

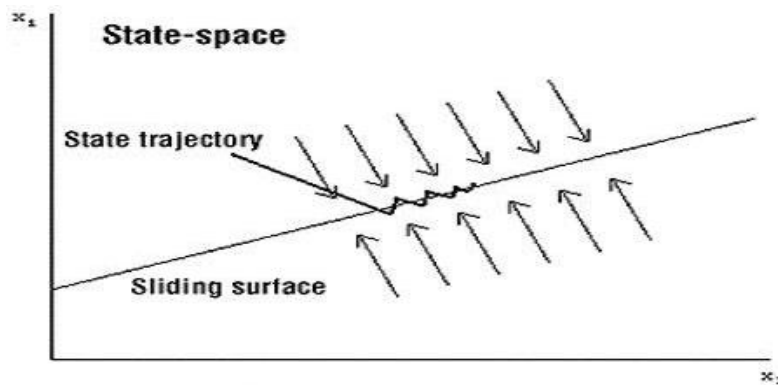
- Řada regulátorů propojena v sérii pro každý člen robota



- Nepožaduje dynamický rozklad systému
- Rychle kompenzuje vliv poruchové veličiny
- PI – P regulátory

# Klouzové řízení

- Změna dynamika nelineárního systému v závislosti na poloze ve stavového prostoru tak, aby systém "klouzal" podél kluzné plochy.



- Zpětnovazební linearizace – Transformace nelineárního systému na ekvivalentní lineární popis
- Backstepping method – Rekurzivní stabilizace systému

# Sestavení tuhého modelu manipulátoru

- Lagrangeovy rovnice II druhu s Christoffelovy symboly

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial K}{\partial q} \right)}_{\text{Inertial forces}} + \underbrace{\frac{\partial U}{\partial q}}_{\text{Gravity vector}} = \tau \quad \longrightarrow \quad M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = \tau$$

$$b_{ijk} = \frac{1}{2} (m_{ijk} + m_{ikj} - m_{jki})$$

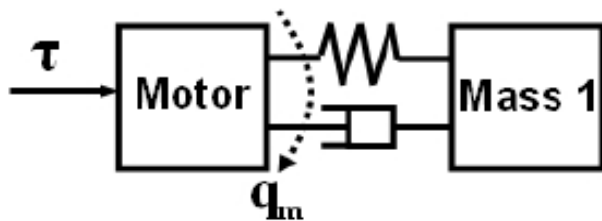
$$m_{ijk} = \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \quad m_{ik} = \frac{\partial m_{ik}}{\partial q_j} \quad m_{ijk} = \frac{\partial m_{jk}}{\partial q_i}$$

$$C(q)[\dot{q}^2] = \begin{bmatrix} b_{1,11} & b_{1,22} & \cdots & b_{1,nr} \\ b_{2,11} & b_{2,22} & \cdots & b_{2,nr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n,11} & b_{n,22} & \cdots & b_{n,nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n^2 \end{bmatrix} \quad B[\dot{q}\dot{q}] = \begin{bmatrix} 2b_{1,12} & 2b_{1,13} & \cdots & 2b_{1,(n-1)n} \\ 2b_{2,12} & 2b_{2,13} & \cdots & 2b_{2,(n-1)n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2b_{n,12} & 2b_{n,13} & \cdots & 2b_{n,(n-1)n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\ \vdots \\ \dot{q}_{(n-1)} \dot{q}_{(n)} \end{bmatrix}$$

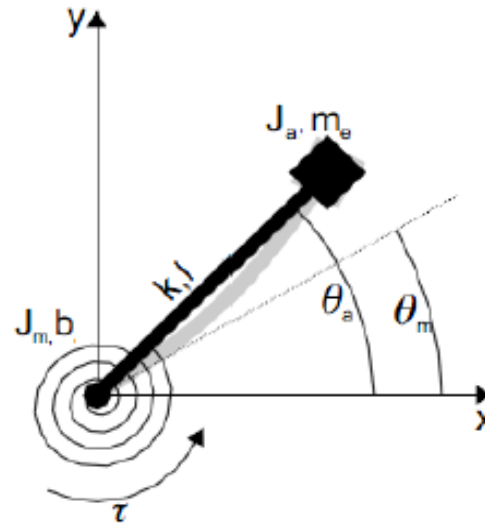
$$V(q, \dot{q}) = C(q)\dot{q}^2 + B(q)\dot{q}\dot{q}$$

# Sestavení pružného modelu kloubu manipulátoru

- Tuhá tělesa manipulátoru jsou propojena torzními pružinami s tlumiči



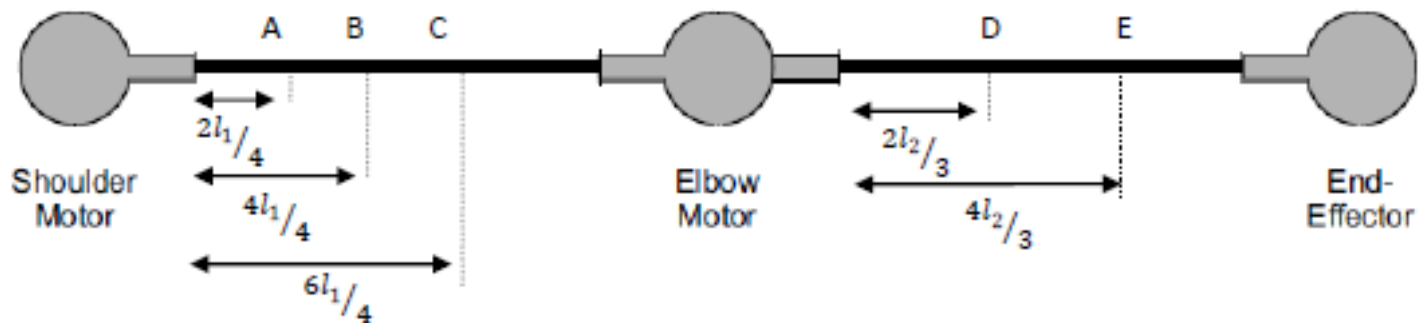
$$\tau_p = K_t(\theta_m - \theta_a) + B_d(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_a)$$





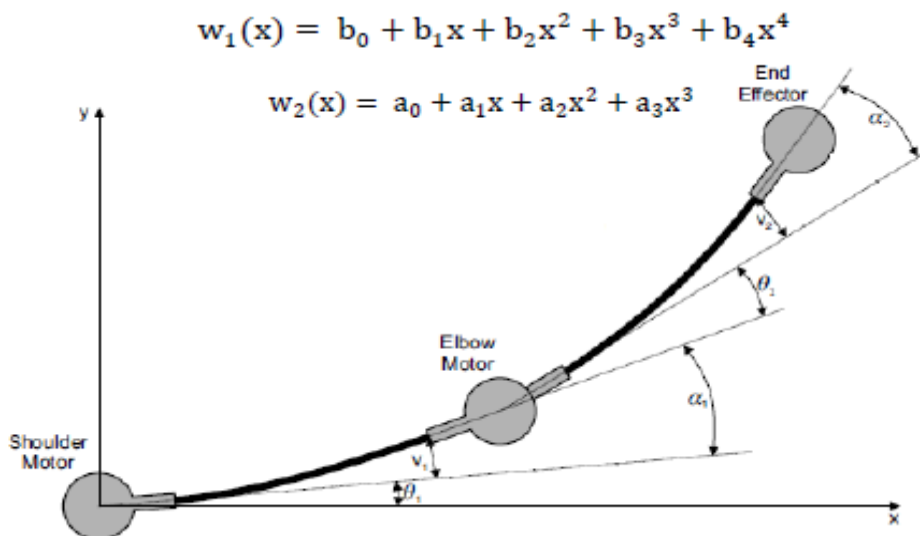
# Sestavení pružného modelu tělesa manipulátoru

- Vychází se z reálného experimentu, který používá tenzometry



# Sestavení pružného modelu tělesa manipulátoru

- Určení ohybu tělesa robota pomocí polynomu n-tého řádu

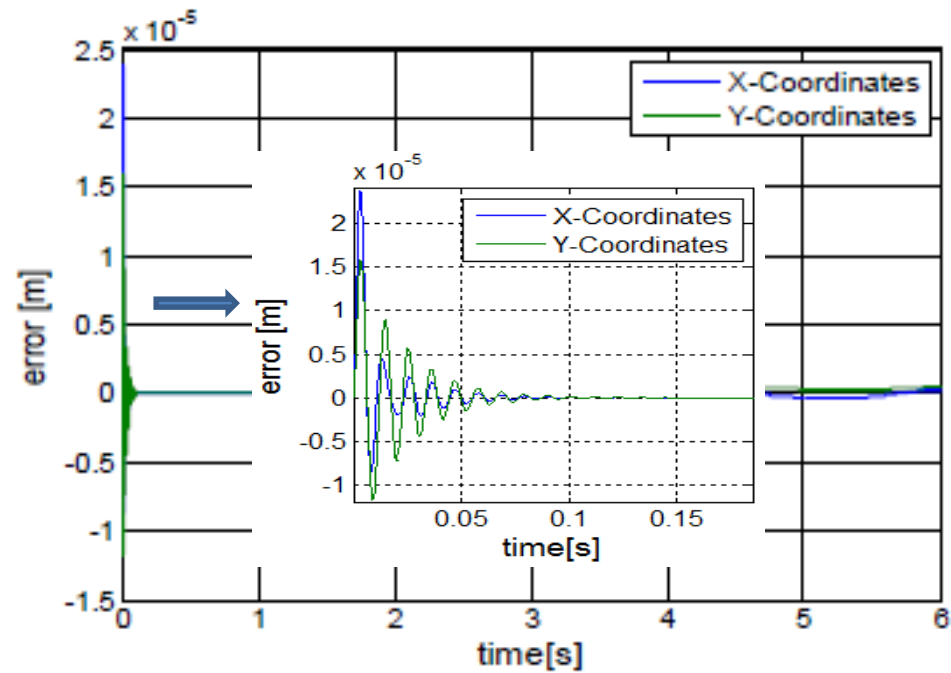
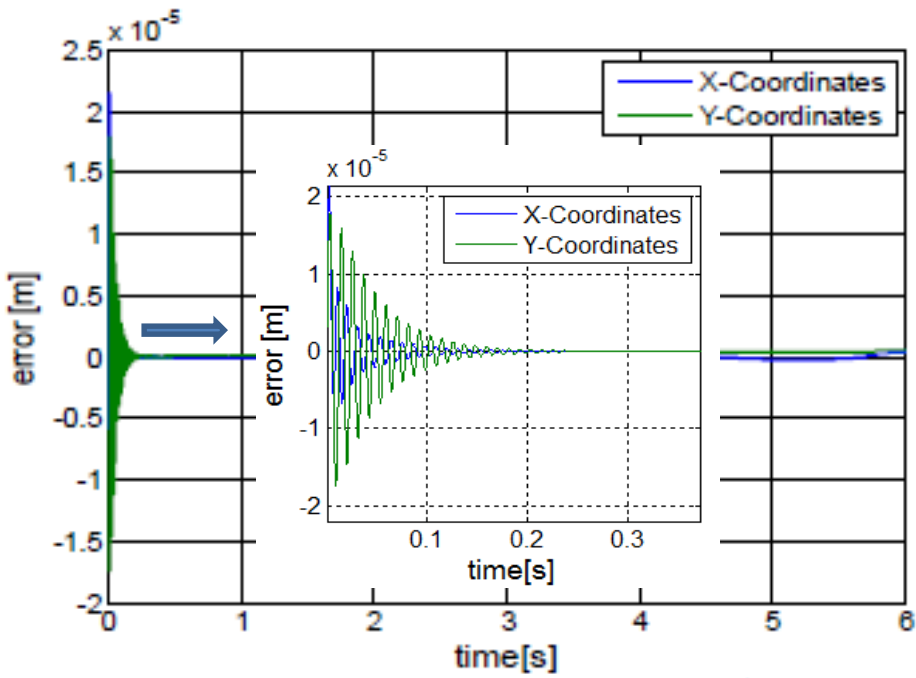


- Výpočet koeficientů polynomu a určení výchylek ( $v$ ,  $\alpha$ )

# Výsledky simulace

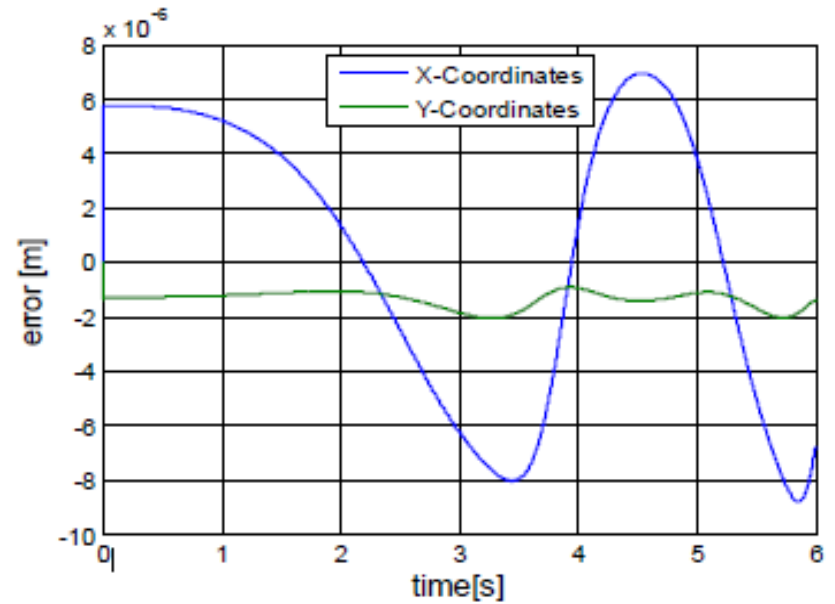
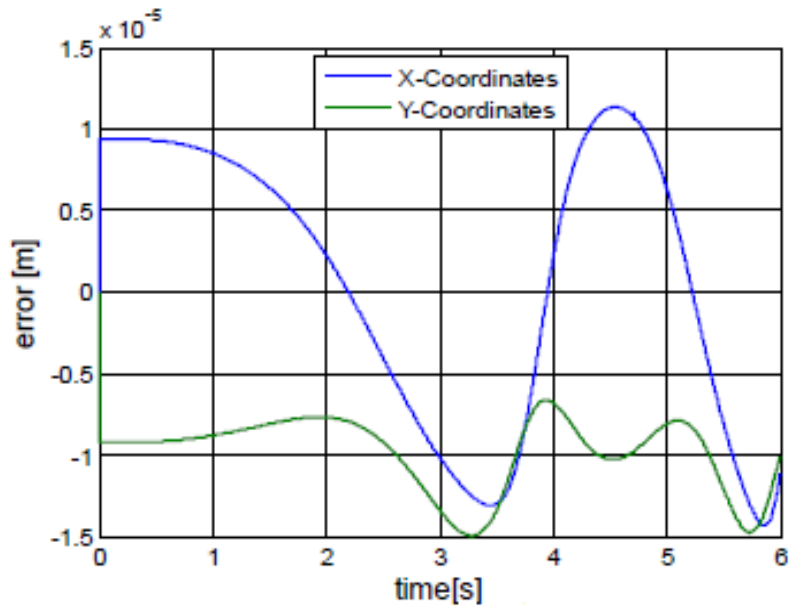
- Simulace se simulačním program Matlab 2011b
- Integrace všech modelů
- Napodobení reálné situace – zatížení robota
- Testování TCP

# Kaskádní regulace s měřením TCP



	Error in joint 1 [ $\mu\text{m}$ ]	Error in joint 2 [ $\mu\text{m}$ ]	Task space error X coordinates [ $\mu\text{m}$ ]	Task space error Y coordinates [ $\mu\text{m}$ ]
Without TCP	5	7.5	2	21
With TCP	4	0.8	2	9

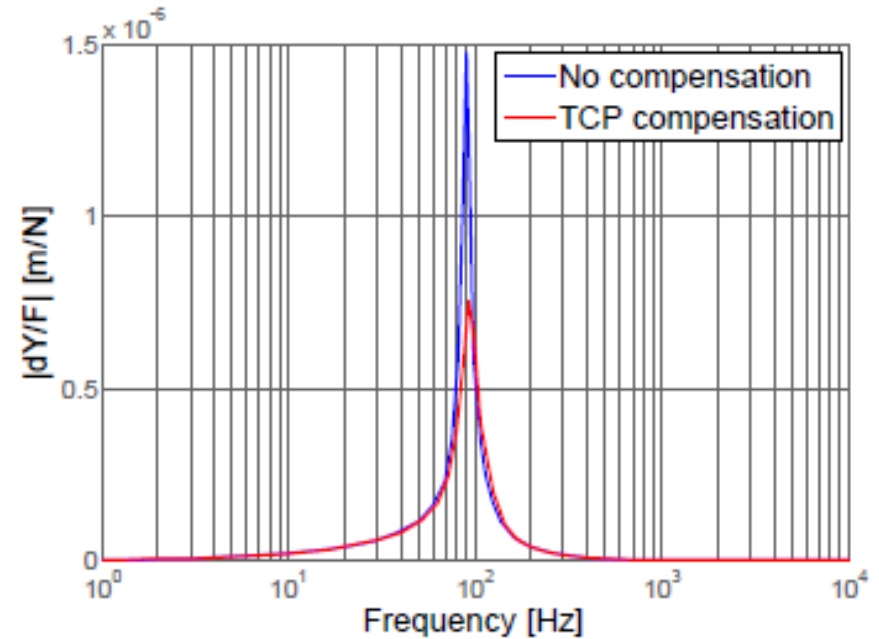
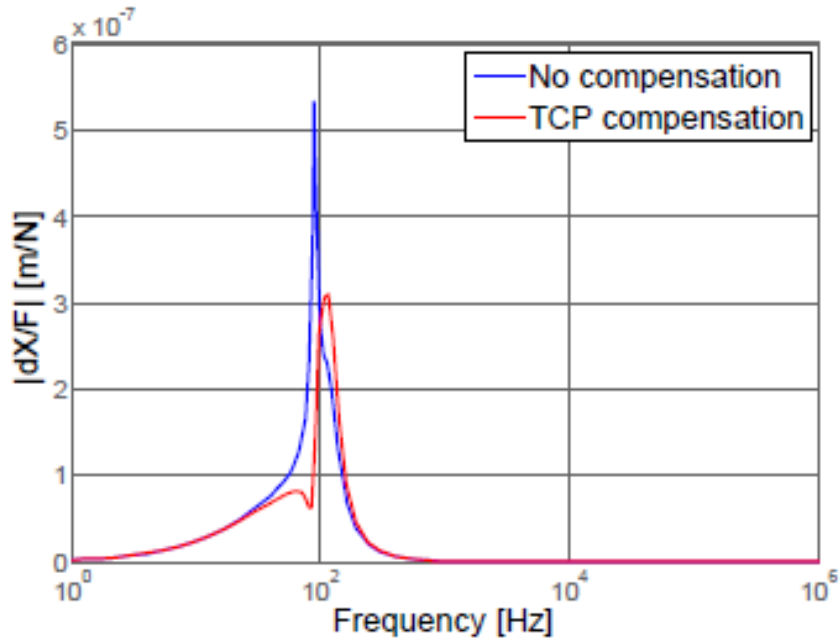
# SMC s měřením TCP



	Error in joint 1[ $\mu\text{m}$ ]	Error in joint 2[ $\mu\text{m}$ ]	Task space error X coordinates[ $\mu\text{m}$ ]	Task space error Y coordinates[ $\mu\text{m}$ ]
Without TCP	5.5	13	12	15
With TCP	0.72	8	8.7	1.9

# Zvýšení dynamické tuhosti

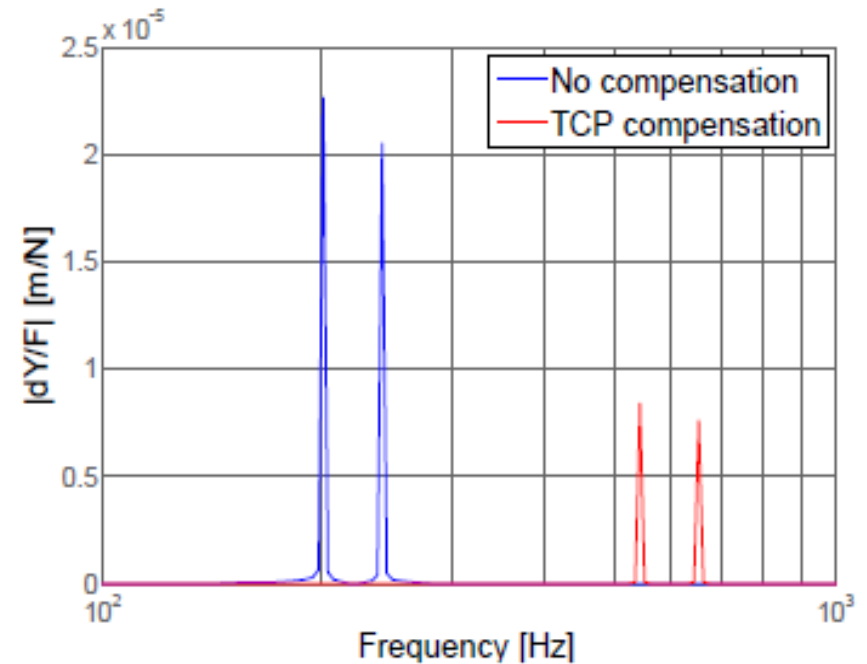
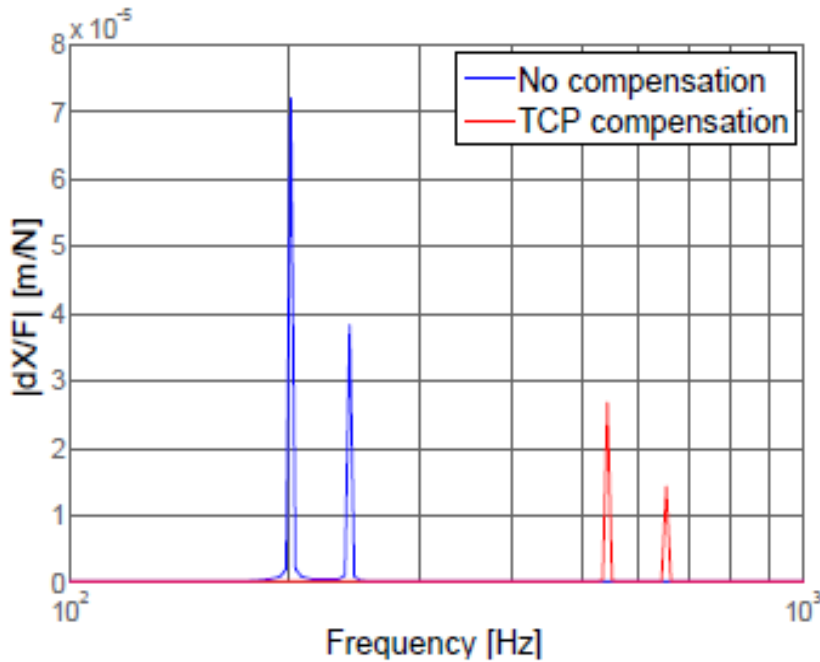
## Výsledky kaskádní regulace



	Dynamic flexibility $ dX/F $ [m/N]	Dynamic flexibility $ dY/F $ [m/N]	Natural frequency $ dX/F $ [Hz]	Natural frequency $ dY/F $ [Hz]
Without TCP	$5.34 \cdot 10^{-7}$	$1.47 \cdot 10^{-6}$	90.1	90.1
With TCP	$3.1 \cdot 10^{-7}$	$7.55 \cdot 10^{-7}$	117	92.4

# Zvýšení dynamické tuhosti

## Výsledky s řízením SMC



	Dynamic flexibility $ dX/F $ [m/N]	Dynamic flexibility $ dY/F $ [m/N]	Natural frequency $ dX/F $ [Hz]	Natural frequency $ dY/F $ [Hz]
Without TCP	$7.1 \cdot 10^{-5}$	$2.26 \cdot 10^{-5}$	198	199
With TCP	$2.6 \cdot 10^{-5}$	$0.8 \cdot 10^{-5}$	547	536

# Závěr

- Výsledky jsou srovnatelné řádově  $\mu\text{m}$
- Rozdílné přechodové děje
- Kaskádní regulace je jednoduchá, ale na úkor stability
- SMC je složitější, zaručí větší stabilitu, ale na úkor dosažitelné přesnosti
- Výrazné zvýšení vlastní frekvence u SMC
- Zvýšení dynamické tuhosti o více než 50% použitím měření TCP



Dekuji za pozornost

# Otázky v posudku

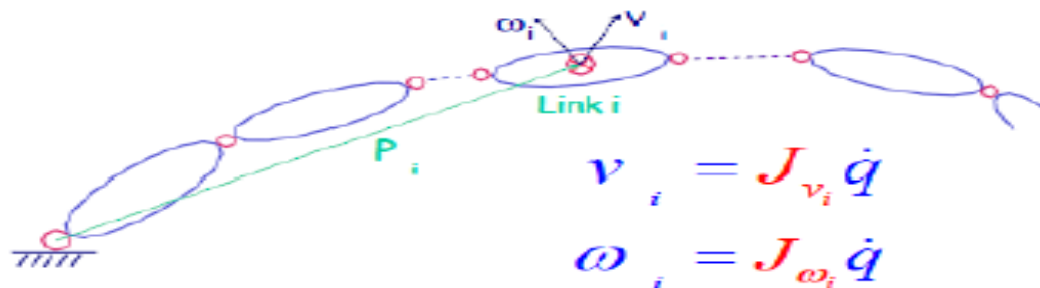
1. Why do matrixes  $J_v$ ,  $J_\omega$  contain zero elements?

$$\frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i v_i^T v_i + \omega_i^T I_i \omega_i)$$

$$v_i = J_{v_i} \dot{q} \quad J_{v_i} = \left[ \frac{\partial P_i}{\partial q_1} \quad \frac{\partial P_i}{\partial q_2} \quad \dots \quad \frac{\partial P_i}{\partial q_i} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]$$

$$\omega_i = J_{\omega_i} \dot{q} \quad J_{\omega_i} = [\bar{\epsilon}_1 z_1 \quad \bar{\epsilon}_2 z_2 \quad \dots \quad \bar{\epsilon}_i z_i \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\text{and } \epsilon_i = \begin{cases} 0 & \text{revolute} \\ 1 & \text{prismatic} \end{cases}, \quad \bar{\epsilon}_i = 1 - \epsilon_i$$



# Otázky v posudku

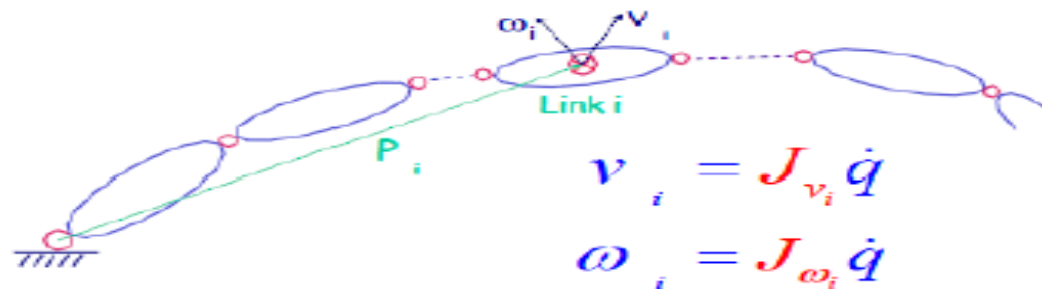
2. zi parameters in (3.2.7) are not mentioned in the text.

$$\frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i v_i^T v_i + \omega_i^T I_i \omega_i)$$

$$v_i = J_{v_i} \dot{q} \quad J_{v_i} = \left[ \frac{\partial P_i}{\partial q_1} \quad \frac{\partial P_i}{\partial q_2} \quad \dots \quad \frac{\partial P_i}{\partial q_i} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]$$

$$\omega_i = J_{\omega_i} \dot{q} \quad J_{\omega_i} = [\bar{\epsilon}_1 z_1 \quad \bar{\epsilon}_2 z_2 \quad \dots \quad \bar{\epsilon}_i z_i \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\text{and } \epsilon_i = \begin{cases} 0 & \text{revolute} \\ 1 & \text{prismatic} \end{cases}, \quad \bar{\epsilon}_i = 1 - \epsilon_i$$



# Otázky v posudku

3. What exactly do these errors mean? There are in meters [m] but they seem to relate to angular joint errors ?

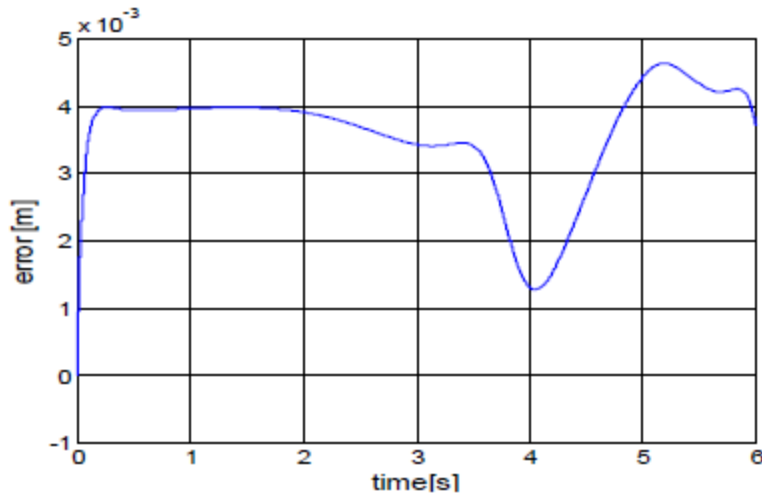


Fig. 3.4.2: Error in joint 1 due to joint elasticity

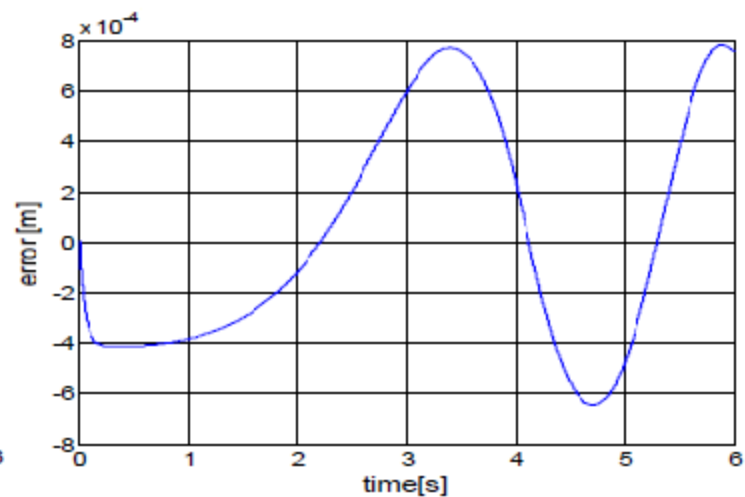


Fig. 3.4.3: Error in joint 2 due to joint elasticity

# Otázky v posudku

4. for the practical controller the frequency difference between outer and inner loop should be larger.

<b>Link</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>Controllers</b>		
<b>Outer loop frequencies (rad/s)</b>	904	1165
<b>Inner loop frequencies (rad/s)</b>	1228	1257

Table 3.6.1

# Otázky v posudku

5. Integrating equation (3.6.2)..." should be  
"Integrating equation (3.6.3)..."

→ Ano, jde o tiskovou chybu

# Otázky v posudku

6. equations (3.6.5) and (3.6.6) do not contain the factor  $\mu$ , how come ?

→ Ano, jde o tiskovou chybu

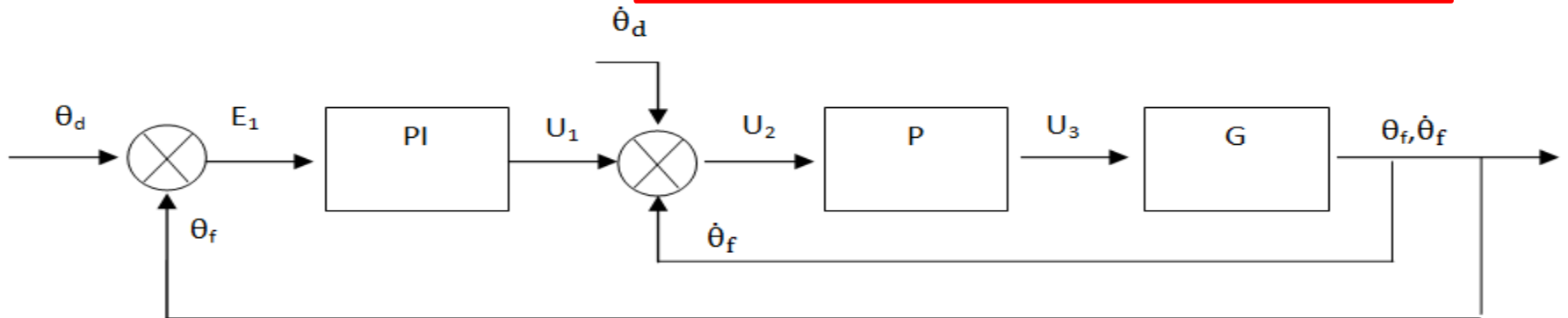
V modelu v Matlabu bylo také realizované ve formě:

$$\dot{\rho}_u = (1 - \mu)\dot{\rho}_r + \mu\dot{\rho}_f$$

# Otázky v posudku

7. how was the equation (3.6.2) obtained? Is it correct ?

$$\tau = \left[ K_p(\theta_f - \theta_d) + K_I \int_0^t (\theta_f - \theta_d) dt \right] (K_v(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d)) \quad (3.6.2)$$



$$\theta_f = GU_3 = GPU_2 = GP \left( U_1 + \overbrace{\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d}^{E_2} \right) = GP(PIE_1 + E_2) \quad \rightarrow$$

$$\frac{\theta_f}{G} = P(PIE_1 + E_2) = (K_v(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d)) \left[ K_p(\theta_f - \theta_d) + K_I \int_0^t (\theta_f - \theta_d) dt \right] + K_v(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d)$$

$$\tau = (K_v(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d)) \left[ K_p(\theta_f - \theta_d) + K_I \int_0^t (\theta_f - \theta_d) dt \right] + K_v(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d)$$

$$E_1 = \theta_f - \theta_d \quad E_2 = \dot{\theta}_f - \dot{\theta}_d$$



# Otázky v posudku

8. equation (3.7.25) as written it does not prove that the error in task space converges to zero.

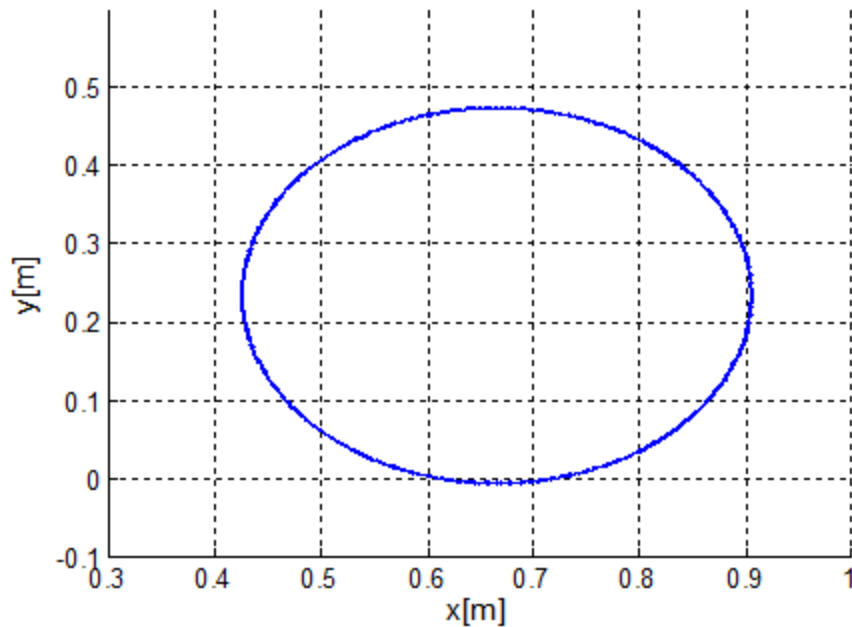
$$\dot{V}(X_1) = -\mu X_1^T(t)X_1(t) \leq 0 \quad (3.7.25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}} = f_0(\mathbf{x}) + g_0(\mathbf{x})z_1 \\ \dot{z}_1 = f_1(\mathbf{x}, z_1) + g_1(\mathbf{x}, z_1)z_2 \\ \dot{z}_2 = f_2(\mathbf{x}, z_1, z_2) + g_2(\mathbf{x}, z_1, z_2)z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_i = f_i(\mathbf{x}, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i) + g_i(\mathbf{x}, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i)z_{i+1} \quad \text{for } 1 \leq i < k-1 \\ \vdots \\ \dot{z}_{k-1} = f_{k-1}(\mathbf{x}, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) + g_{k-1}(\mathbf{x}, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})z_k \\ \dot{z}_k = f_k(\mathbf{x}, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}, z_k) + g_k(\mathbf{x}, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}, z_k)u \end{array} \right.$$

$$u(\mathbf{x}) \rightarrow u(X_1) \rightarrow u(0) = 0, \quad e(t) = X_1(t)$$

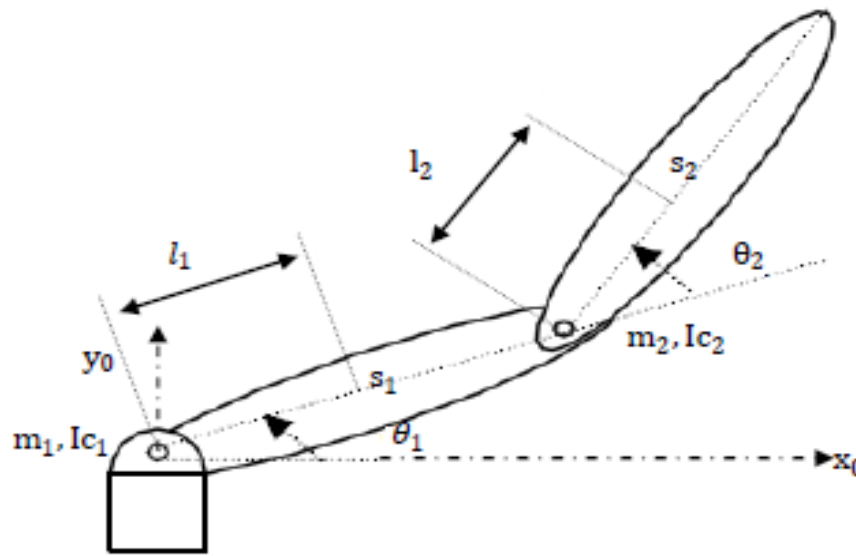
# Otázky v posudku

9. it would be more illustrative to show the desired trajectory also as the phase portrait in  $x,y$ . This way it is hard to imagine.



# Otázky v posudku

10. Dynamic stiffness is configuration dependent, in what robot configuration was it tested ?

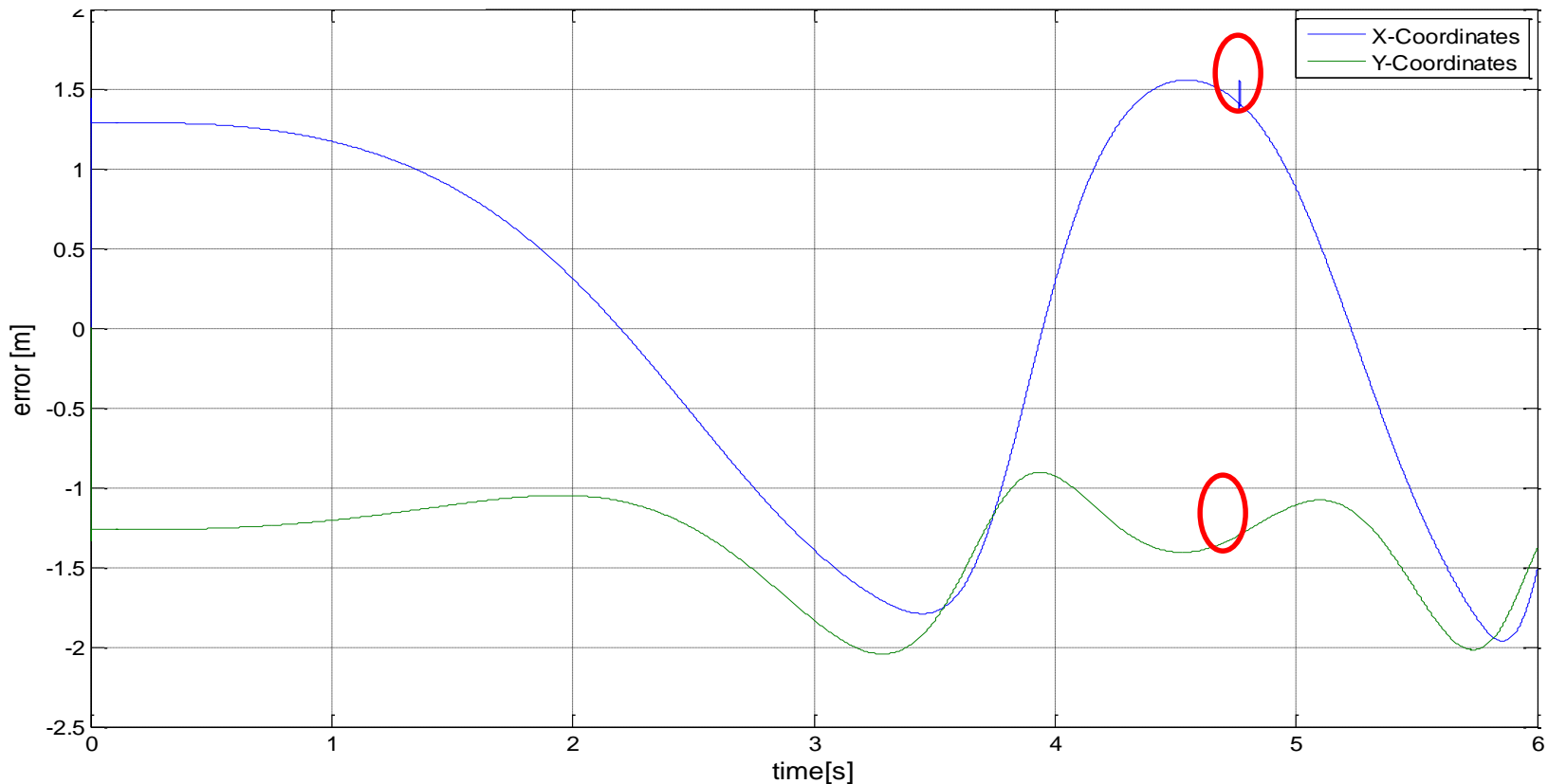


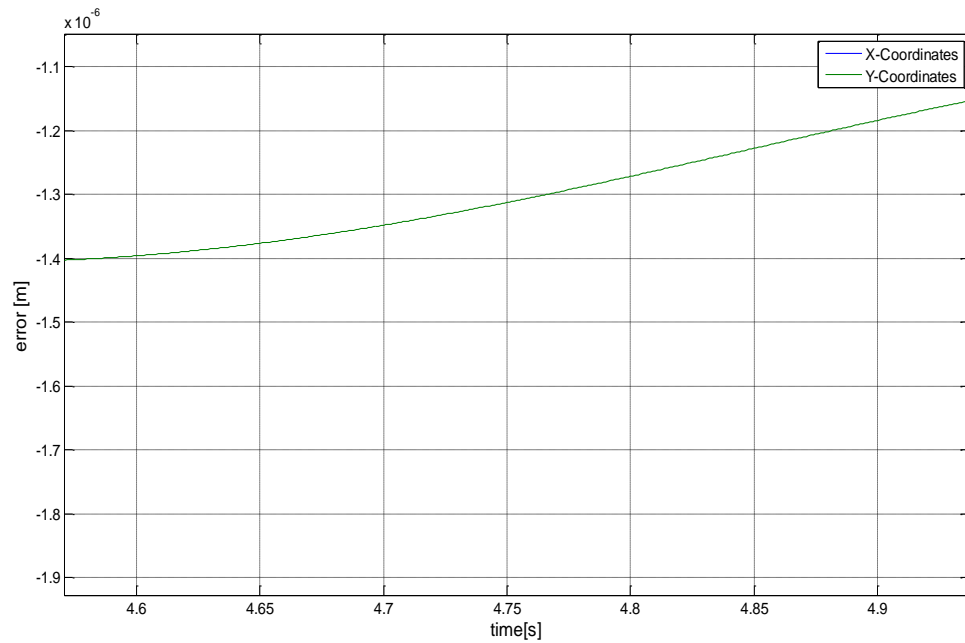
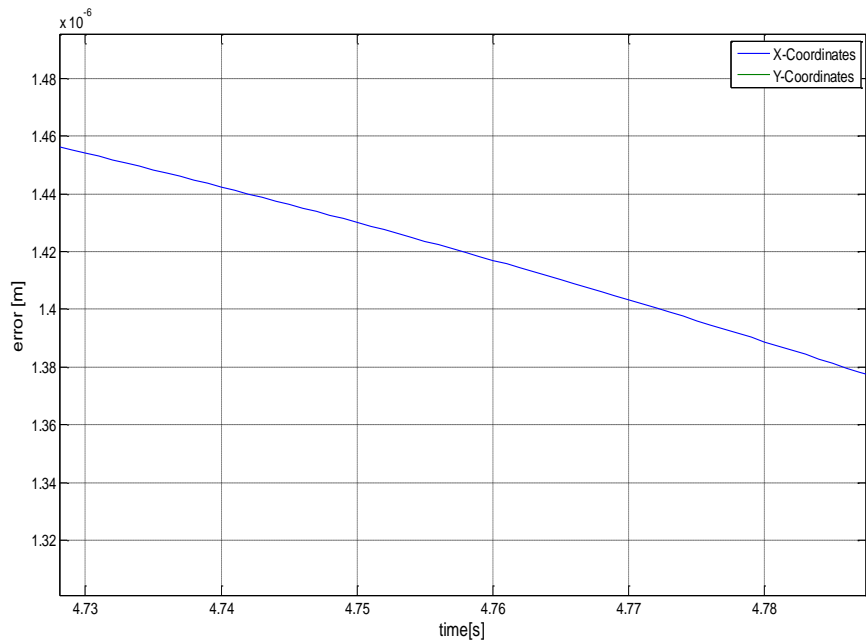
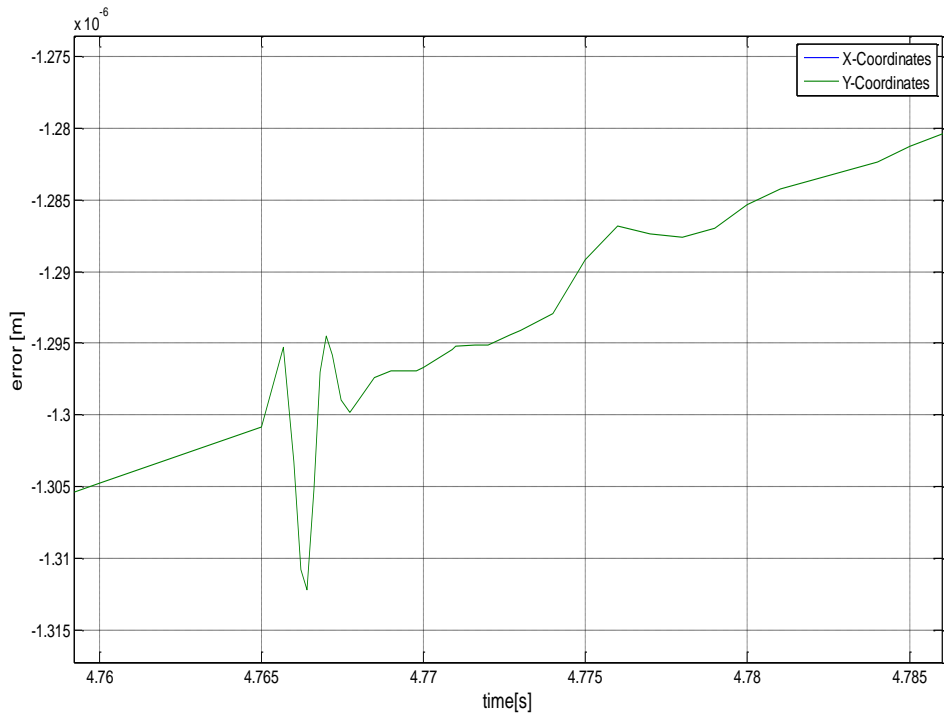
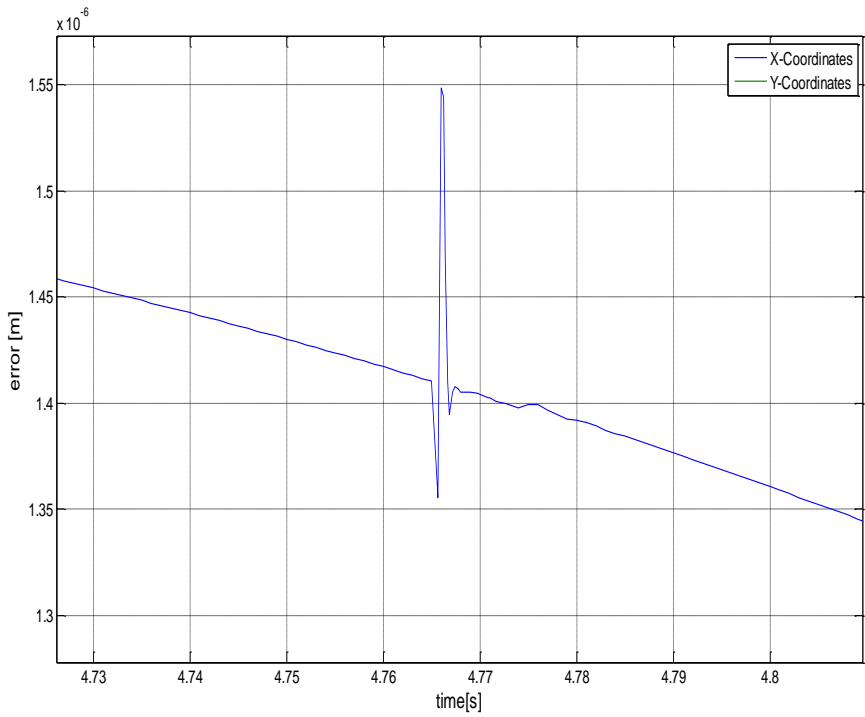
# Otázky v posudku

11. Why was the equation (4.2.1) modified with respect to the equation stated in [3] ?

$$\beta(X_1, X_2) = 250 + 55(\|X_1\| + \|X_2\|^2) \longleftrightarrow \beta(X_1, X_2) = 250 + 55(|X_1|^2 + |X_2|^2) \quad (4.2.1)$$

$$\gamma_i = -\frac{\beta(X_1, X_2)}{1 - E} \text{sat}\left(\frac{Z_i}{\varepsilon}\right)$$





# Otázky v posudku

12. From the resulting graphs 4.1.3 - 4.2.6 it is not clear on what type of robot model were the simulations running (rigid, elastic, flexible) robot ?

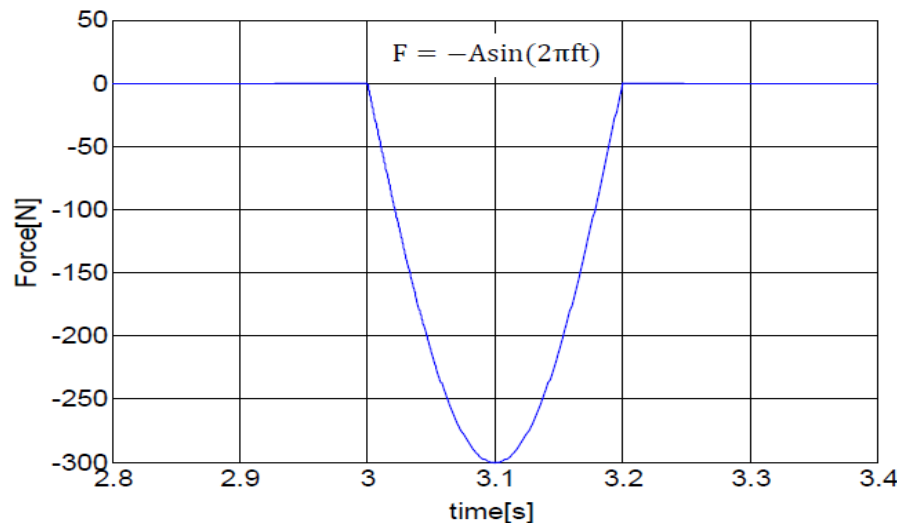
Dvě simulace:

- Kaskádní regulace s poddajnými klouby a poddajným robotem se zatěžnou silou v koncovém efektoru
- SMC řízení s poddajnými klouby a poddajným robotem se zatěžnou silou v koncovém efektoru

# Otázky v posudku

13. To obtain graphs of dynamic stiffness, why was a function as shown in fig. 4.3.1 chosen and not e.g. a step load function?

Napodobena realná situace, ktorá uvažuje poddajnosť manipulátoru a poddajnosť zátěže



# Otázky v posudku

14. How exactly were obtained the data in graphs depicting the dynamic stiffness ?

- Použitím Bode Plot block se systém linearizuje mezi body X a F.
- Vypočítá se zesílení/fáze z lineárního systému pomocí

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{X}{F} \right| = \frac{1}{(k - M\omega^2)^2 + b^2\omega^2}$$

$$A_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|$$

$$\varphi(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(H(j\omega))}{\text{Re}(H(j\omega))}$$

