

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní  
Ústav mechaniky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Nelineární řízení magnetického ložiska

2004

Jan KRYŠTŮFEK

# Motivace

Účel diplomové práce:

- Porovnání nelineárního řízení s řízením tradičním.

Důvodem nutnosti řízení:

- Nestabilita systému

Důvodem nutnosti použití nelineárního řízení:

- Nelinearita funkce magnetické síly
- Nelinearita goniometrických funkcí v pohybových rovnicích (2D, 3D případ)

# Formulace cílů

- Rekonstrukce jednorozměrné soustavy magnetického ložiska popsané v použité literatuře.
- Rekonstrukce PID regulátoru pro tuto soustavu.
- Navržení nelineárního řízení pro tuto soustavu.
- Vytvoření simulačního modelu pro porovnání vlastností obou způsobů řízení.
- Vytvoření modelů vícerozměrných soustav, tj. mechanických soustav s více stupni volnosti, s řízenými magnetickými silami.
- Navržení nelineárního řízení pro tyto soustavy.

# Teorie

## Nelineární kvadratický regulátor (NQR)

Analogie k lineárnímu kvadratickém regulátoru (LQR).

Na rozdíl od LQR je třeba:

- provést A-dekompozici systému

$$\dot{x} = f(x, u) \implies \dot{x} = A(x)x + B(x)u$$

- řešit Riccatiho rovnici v každém kroku

$$A^T(x)P(x) + P(x)A(x) + Q - P(x)B(x)R^{-1}B^T(x)P(x) = 0$$

# Postup při návrhu řízení

Obecný postup:

- Sestavení pohybových rovnic
- Návrh stavových veličin a určení jejich 1. derivace podle času
- Transformace pohybových rovnic  $n$ -tého řádu na  $n$  rovnic 1-ho řádu a následná substituce podle zavedených stavů a jejich derivací

# Postup při návrhu řízení

Postup pro PID regulátor:

- Zavedení rovnice PID regulátoru jako dalšího stavu a provedení substituce dle dříve zavedených stavů
- Derivace tohoto stavu podle času

# Postup při návrhu řízení

Postup pro NQR:

- A-dekompozice soustavy rovnic 1. derivací stavů podle času (určení matice A) dle literatury
- Určení matice B
- Určení říditelnosti systému řádu  $n$  daným maticemi A, B

$$\text{hodnost}[B(x), A(x)B(x), \dots, A^{n-1}B(x)] = n$$

# Postup při výpočtu – PID regulátor

1. Zadání počátečního stavového vektoru
2. Integrace vektoru 1. derivací stavů podle času v čase  $0 \div \Delta t$ , tj. získání nových hodnot stavů
3. Integrace jako v 2., ale s využitím naposledy vypočtených ( $k$ -tých) hodnot stavů v časovém intervalu  $(0 \div \Delta t) + k \cdot \Delta t$

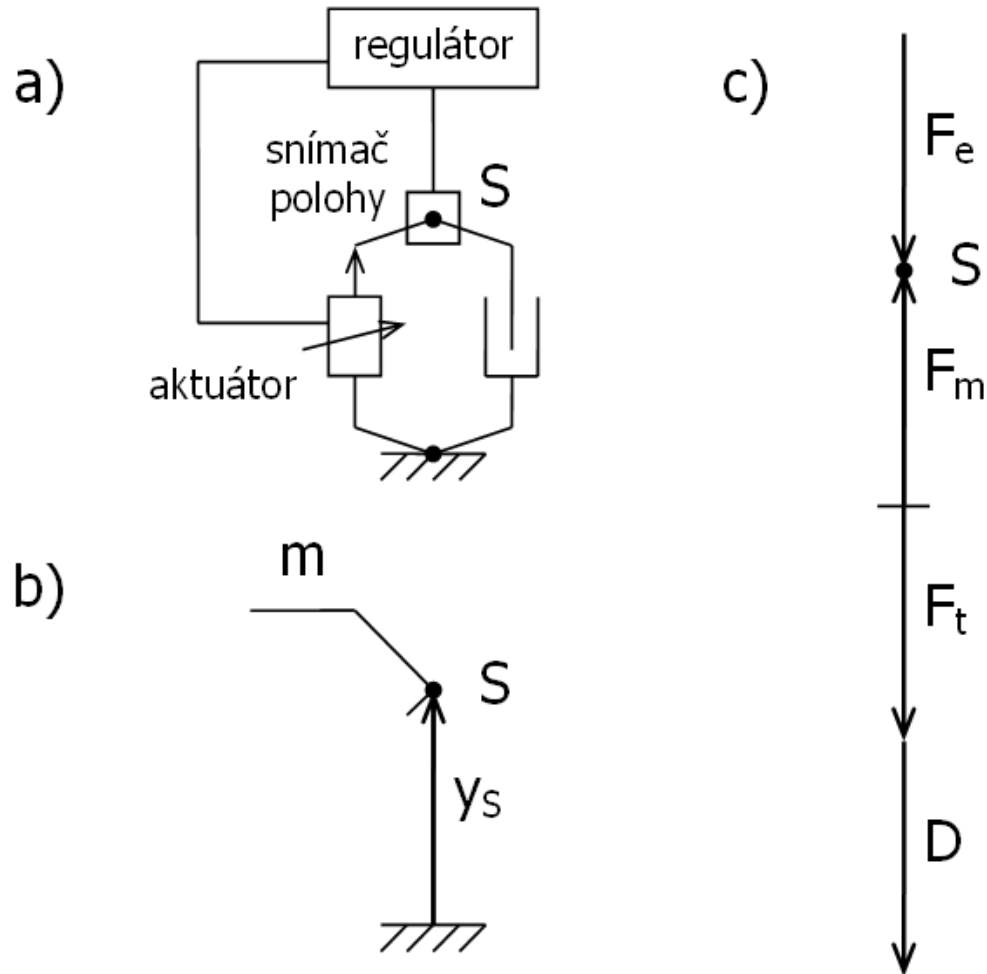


# Postup při výpočtu – NQR

1. Zadání počátečního stavového vektoru
2. Integrace vektoru 1. derivací stavů podle času v čase  $0 \div \Delta t$ , tj. získání nových hodnot stavů
3. Dosazení stavového vektoru do Riccatiho rovnice, její řešení a výpočet vstupního vektoru
4. Integrace jako v 2., ale s využitím naposledy vypočtených ( $k$ -tých) hodnot stavů a vstupů v časovém intervalu  $(0 \div \Delta t) + k \cdot \Delta t$
5. Výpočet jako v 3. pro naposledy vypočtené ( $k$ -té) hodnoty stavového vektoru

# Jednorozměrná soustava (1D)

## - popis



# Jednorozměrná soustava (1D) - model

Pohybová rovnice a rovnice elektrického obvodu:

$$\ddot{x}(t) + b \cdot \dot{x}(t) + F_m(x(t), i(t)) = F_e(t)$$

$$x(t) = x_0, \quad i(t) = i_0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0,$$

$$\text{v čase } t \leq 0$$

$$R \cdot i(t) + L \cdot \dot{i}(t) = u(t)$$

$$F_m(x(t), i(t); c) = -c_1 x + c_2 i - c_3 x^3 + c_4 i x^2 - c_5 i^2 x - c_6 i^3,$$

$$c_1, \dots, c_6 > 0$$

# Jednorozměrná soustava (1D) - model

Stavy  $z_1 = x, z_2 = \dot{x}, z_3 = i$

$\dot{z}_1 = \dot{x}, \dot{z}_2 = \ddot{x}, \dot{z}_3 = i$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} z_2 \\ \frac{bz_2}{m} - \frac{-c_1z_1 + c_2z_3 - c_3z_1^3 + c_4z_3z_1^2 - c_5z_3^2z_1 - c_6z_3^3}{m} + \frac{F_e}{m} \\ \frac{u}{L} - \frac{R \cdot z_3}{L} \end{bmatrix}$$

$$\dot{z}_{PID} = \begin{bmatrix} z_2 \\ \frac{bz_2}{m} - \frac{-c_1z_1 + c_2z_3 - c_3z_1^3 + c_4z_3z_1^2 - c_5z_3^2z_1 - c_6z_3^3}{m} + \frac{F_e}{m} \\ \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 \left( -\frac{bz_2}{m} - \frac{-c_1z_1 + c_2z_3 - c_3z_1^3 + c_4z_3z_1^2 - c_5z_3^2z_1 - c_6z_3^3}{m} + \frac{F_e}{m} \right) \end{bmatrix}$$

# Jednorozměrná soustava (1D) - model

A-dekompozice dle [4]

$$A(x) = \left[ \frac{f_{A,1}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_1}, \frac{f_{A,2}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_2}, \dots, \frac{f_{A,n}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_n} \right]$$

$$f_{A,1} = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_1 = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - f(0, x_2, \dots, x_n)$$

$$f_{A,k} = f_{k-1} - f_k = f(0, \dots, 0, x_k, x_{k+1}, \dots, x_n) - f(0, \dots, 0, 0, x_{k+1}, \dots, x_n)$$

$$f_{A,n} = f_{n-1} - f_n = f(0, \dots, 0, x_n) - f(0, \dots, 0, 0)$$

# Jednorozměrná soustava (1D) - model

A-dekompozice

$$A_{1...3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_1 + c_3 z_1^2}{m} & -\frac{b}{m} & -\frac{c_2 + c_4 z_1^2 - c_5 z_3 z_1 - c_6 z_3^2}{m} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$A_{4...6} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{(c_1 + c_3 z_1^2 - c_4 z_3 z_1 + c_5 z_3^2)}{m} & -\frac{b}{m} & \frac{-c_2 + c_6 z_3^2}{m} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

# Jednorozměrná soustava (1D) - model

Matrice B  $\dot{z} = f(z, u) = A(z)z + B(z)u$

$$B(z)u = f(z, u) - A(z)z$$

$$B(z)u = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{F_e}{m} \\ \frac{u}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

# Jednorozměrná soustava (1D) - model

Riccatiho rovnice

$$A^T(z)P(z) + P(z)A(z) + Q - P(z)B(z)R^{-1}B^T(z)P(z) = 0$$

Kalmanovo zesílení

$$K(z) = R^{-1}B^T(z)P(z)$$

Vektor vstupů

$$u = -K(z)z$$



# Jednorozměrná soustava (1D)

## - simulace

### Obecné parametry

- Integrace s pevným krokem  $\Delta t=0,00001s$  procedurou *ode15.m*
- Buzení soustavy poruchovou silou  $F_e(t)$  náhodného průběhu v uzavřeném intervalu  $(-200, 200)N$
- Pro celkový čas simulace  $t_{celk.}=0,01s$ , tedy 1000 kroků

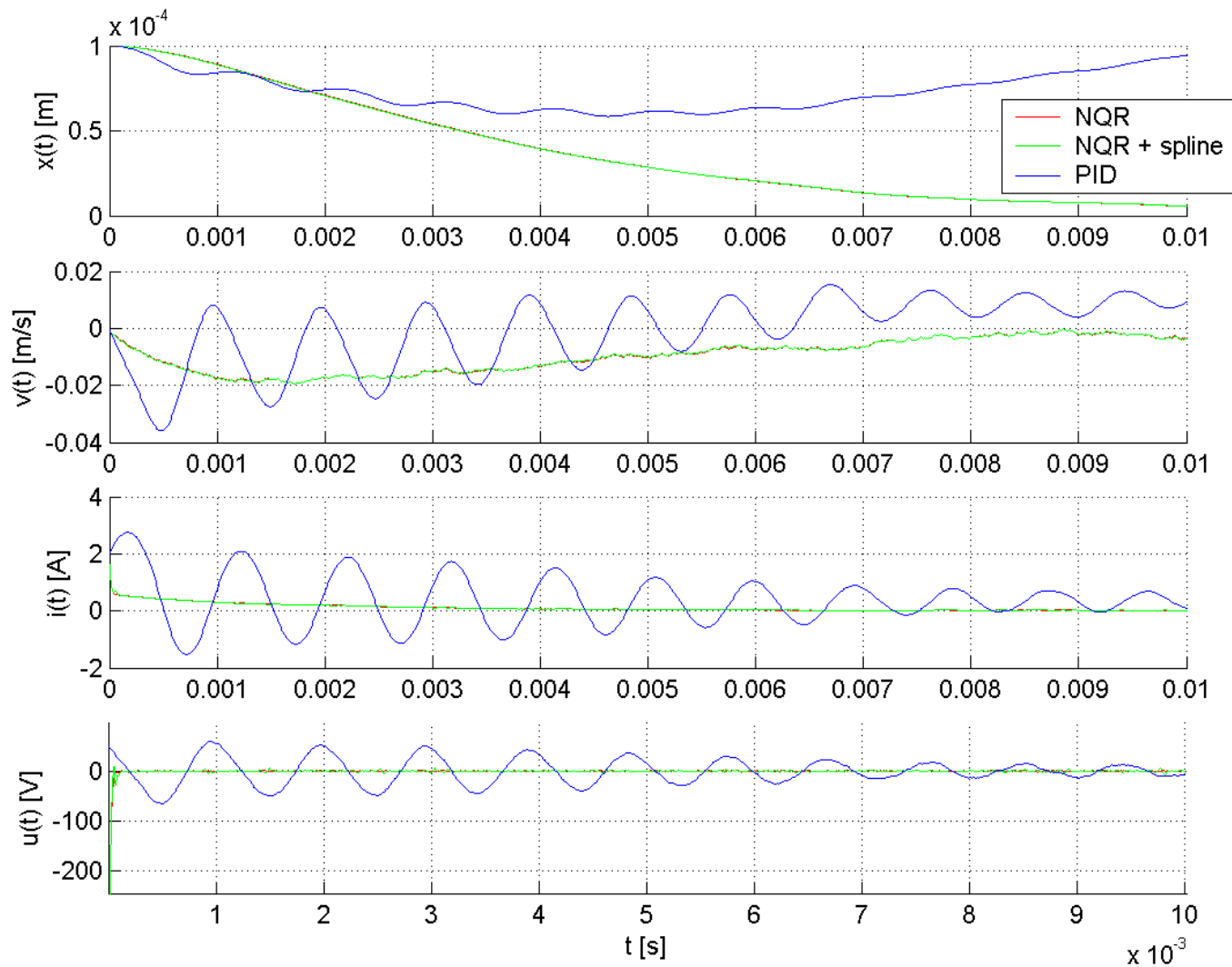
### Parametry PID regulátoru

- Konstanty :  $\alpha_1=280 \cdot 10^6$ ,  $\alpha_2=100 \cdot 10^3$ ,  $\alpha_3=3000$

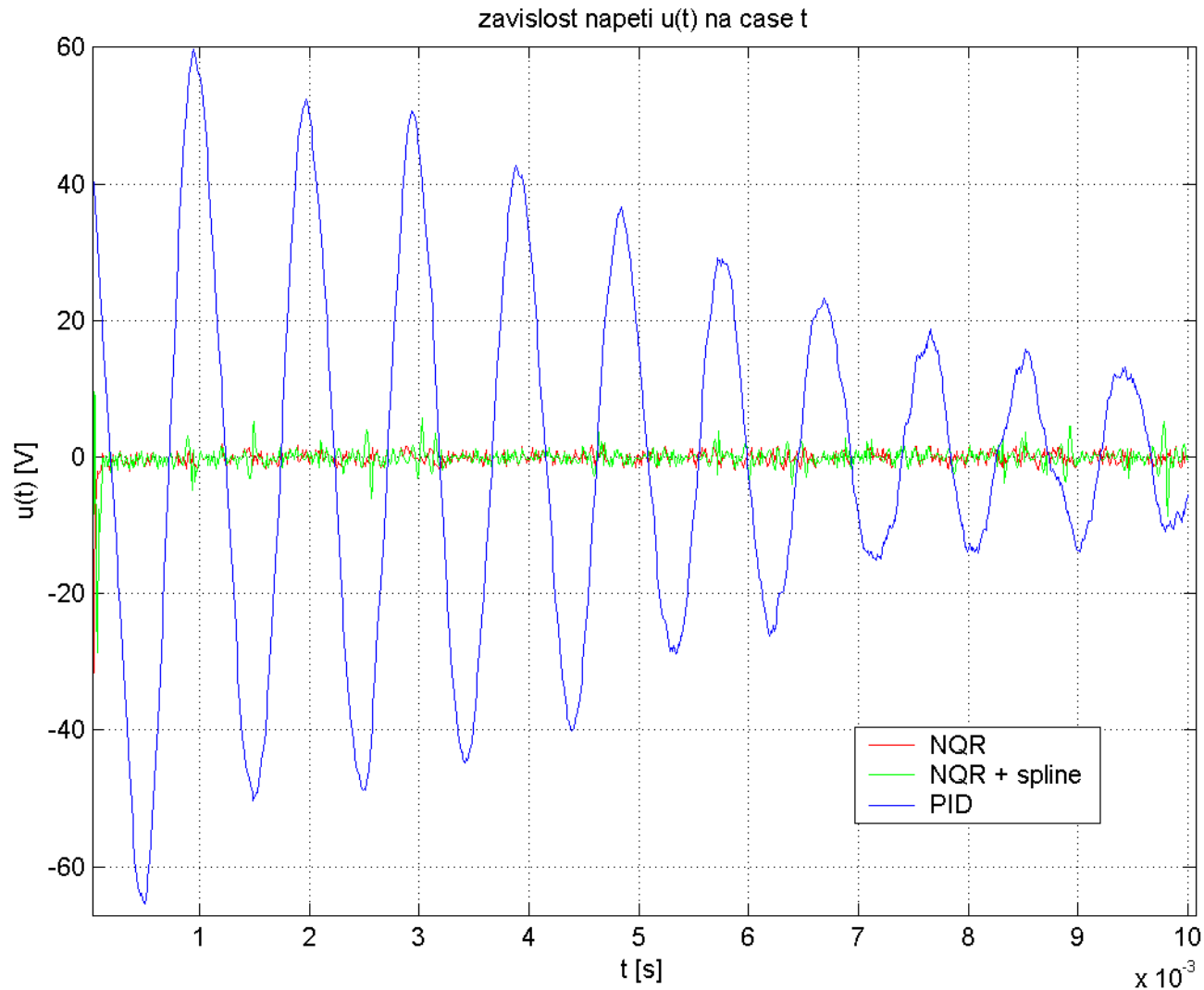
### Parametry NQR

- Matice Q (3×3) diagonální s prvky vždy stejné velikosti: 10, 100, 1000, 10000, 100000
- Matice R rozměru 1×1: 0,1

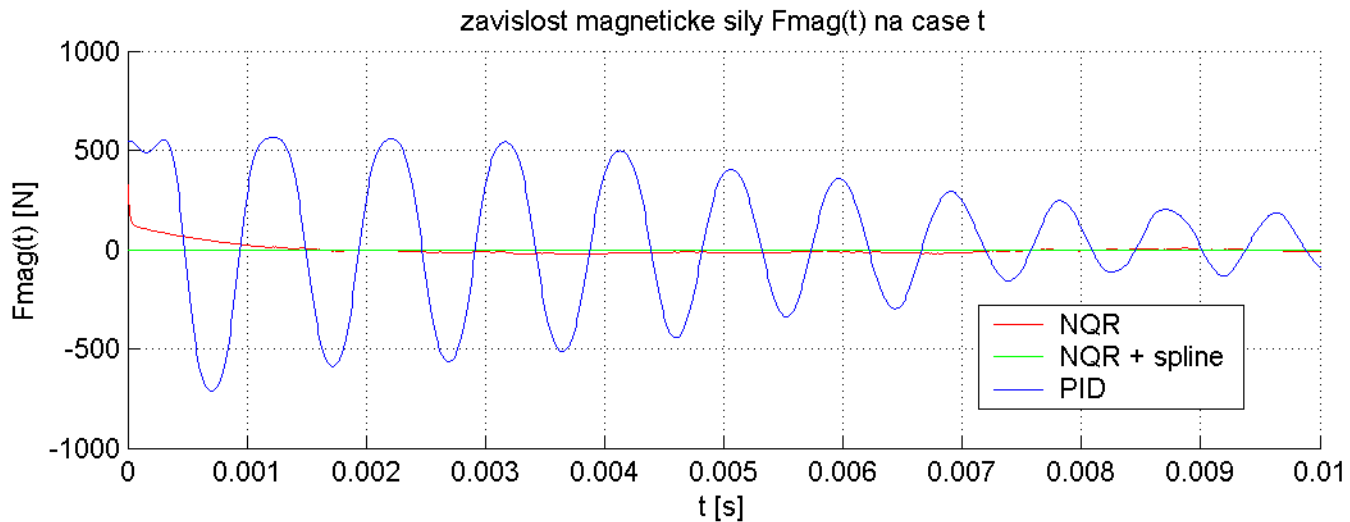
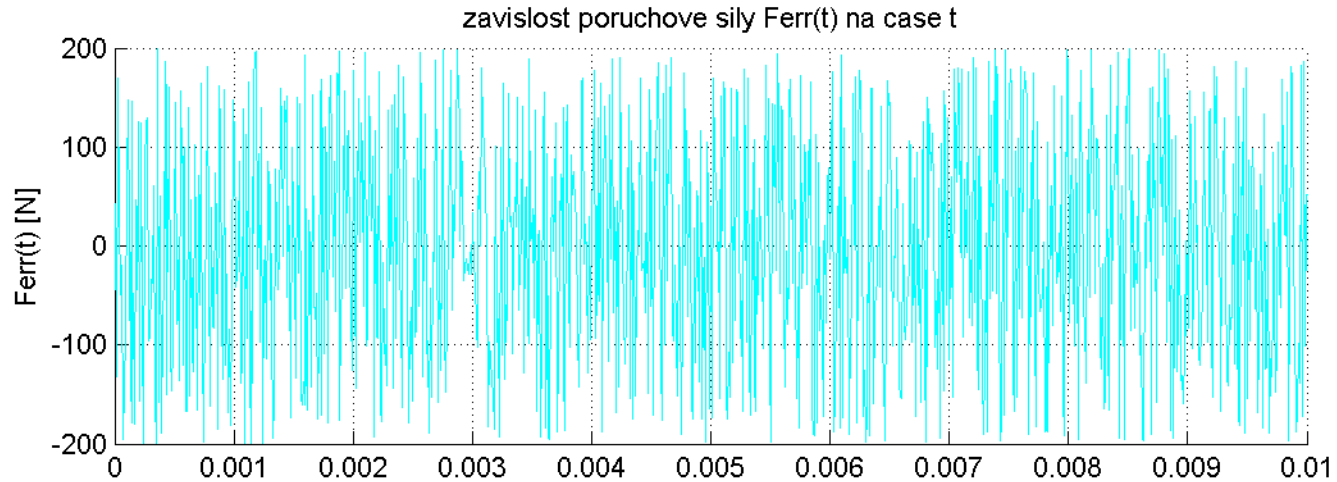
# Jednorozměrná soustava (1D) - simulace



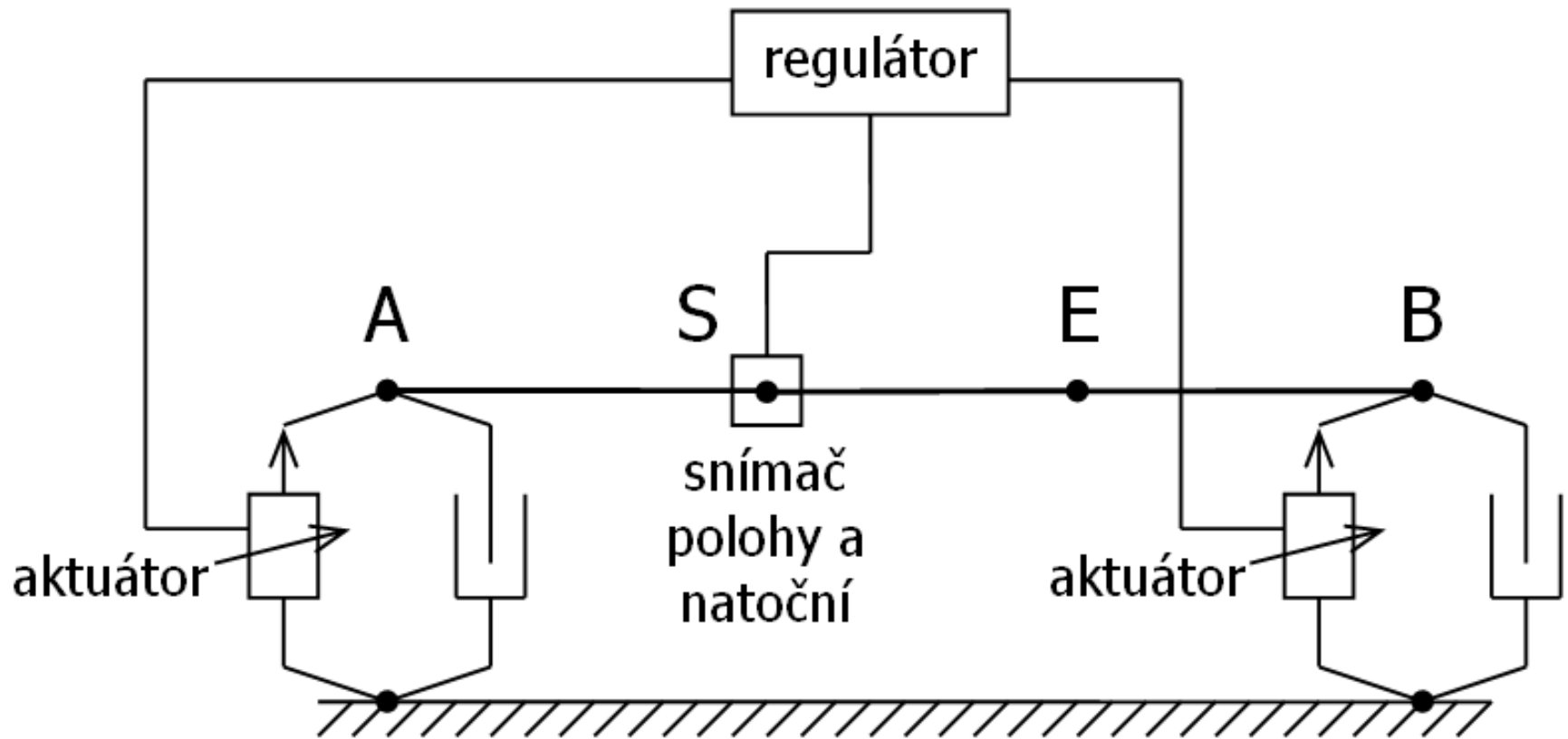
# Jednorozměrná soustava (1D) - simulace



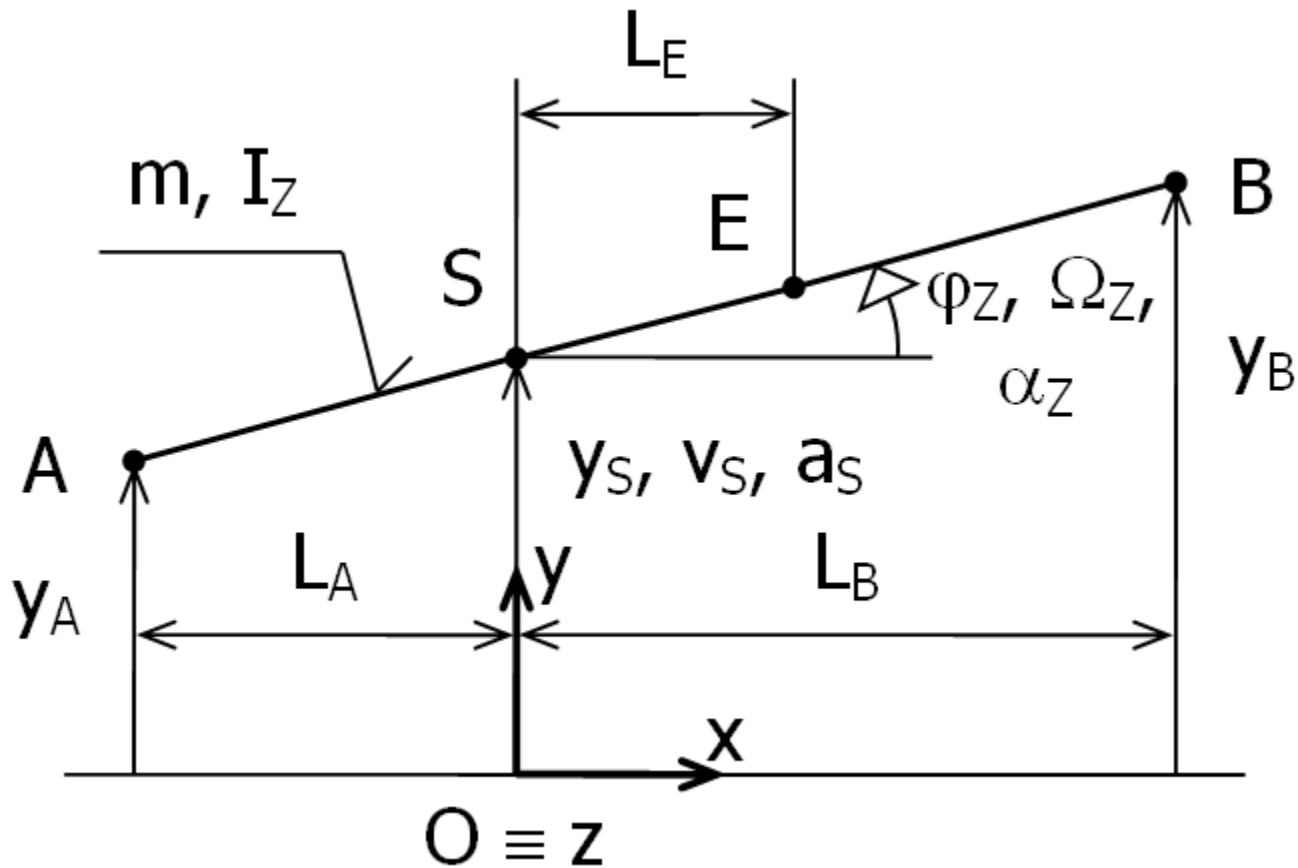
# Jednorozměrná soustava (1D) - simulace



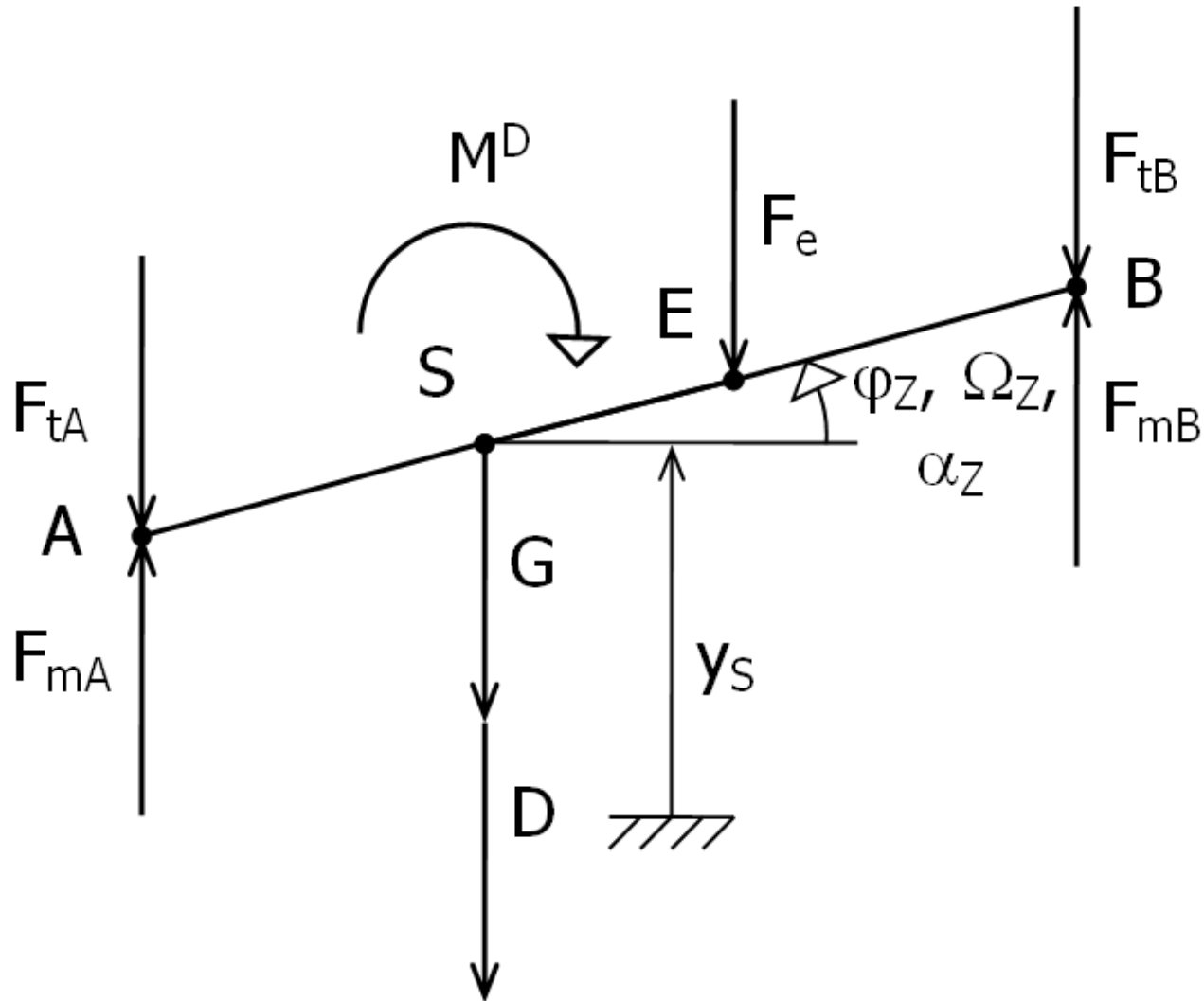
# Dvozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - popis



# Dvojměrná 6-ti stavová soustava (2D) - popis



# Dvozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - popis



# Dvojrozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - model

## Pohybové rovnice

$$m\ddot{y}_S = F_{mA} - F_{tA} - G - F_e + F_{mB} - F_{tB}$$

$$I\ddot{\varphi} = M_A + M_B + M_E$$

---

$$F_{mA} = -c_1 y_A + c_2 \dot{i}_A - c_3 y_A^3 + c_4 \dot{i}_A y_A^2 - c_5 \dot{i}_A^2 y_A - c_6 \dot{i}_A^3$$

$$F_{mB} = -c_1 y_B + c_2 \dot{i}_B - c_3 y_B^3 + c_4 \dot{i}_B y_B^2 - c_5 \dot{i}_B^2 y_B - c_6 \dot{i}_B^3$$

$$F_{tA} = b_y \dot{y}_A \quad M_A = (F_{mA} - F_{tA})(-L_A)$$

$$F_{tB} = b_y \dot{y}_B \quad M_E = (-F_e)L_E$$

$$G = mg \quad M_B = (F_{mB} - F_{tB})L_B$$



# Dvojměrná 6-ti stavová soustava (2D) - model

Stavy

$$z_1 = y_S \quad \dot{z}_1 = \dot{y}_S$$

$$z_2 = \varphi \quad \dot{z}_2 = \dot{\varphi}$$

$$z_3 = \dot{y}_S \quad \dot{z}_3 = \ddot{y}_S$$

$$z_4 = \dot{\varphi} \quad \dot{z}_4 = \ddot{\varphi}$$

$$z_5 = \dot{v}_A \quad \dot{z}_5 = \ddot{v}_A$$

$$z_6 = \dot{v}_B \quad \dot{z}_6 = \ddot{v}_B$$

# Dvojrozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - model

Matrice A - struktúra

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$$

# Dvozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - model

## Matrice A - prvky

$$A_{31} = -2(c_1 + c_3 z_1^2)/m$$

$$A_{32} = (c_3 L_A^3 \sin z_2 - c_3 L_B^3 \sin z_2 + 3c_3 z_1 \cos z_2^3 L_A^2 - 3c_3 z_1 \cos z_2 L_B^2 + 3c_3 z_1 \cos z_2^3 L_B^2 + c_3 L_B^3 \sin z_2 \cos z_2^2 - c_3 L_A^3 \sin z_2 \cos z_2^2 - 3c_3 z_1 \cos z_2 L_A^2 + c_1 \cos z_2^2 L_A \sin z_2 - c_1 \cos z_2^2 L_B \sin z_2 + 3c_3 z_1^2 \cos z_2^2 L_A \sin z_2 - 3c_3 z_1^2 \cos z_2^2 L_B \sin z_2) / \cos z_2^3 / m / z_2$$

$$A_{33} = -2b_y/m$$

$$A_{34} = -b_y / \cos z_2^2 \cdot (L_B - L_A) / m$$

$$A_{35} = 1 / \cos z_2^2 (c_4 \cos z_2^2 z_1^2 - 2c_4 \cos z_2 z_1 L_A \sin z_2 + c_5 z_5 \cos z_2 L_A \sin z_2 - c_5 z_5 \cos z_2^2 z_1 - c_4 \cos z_2^2 L_A^2 - c_6 z_5^2 \cos z_2^2 + c_2 \cos z_2^2 + c_4 L_A^2) / m$$

$$A_{36} = -1 / \cos z_2^2 \cdot (-c_4 \cos z_2^2 z_1^2 - c_2 \cos z_2^2 - c_4 L_B^2 + c_5 z_6 \cos z_2 L_B \sin z_2 + c_5 z_6 \cos z_2^2 z_1 - 2c_4 \cos z_2 z_1 L_B \sin z_2 + c_6 z_6^2 \cos z_2^2 + c_4 \cos z_2^2 L_B^2) / m$$

$$A_{41} = -(-c_1 L_A - c_3 z_1^2 L_A + c_1 L_B + c_3 z_1^2 L_B) / I$$

# Dvojměrná 6-ti stavová soustava (2D) - model

## Matrice A - prvky

$$A_{42} = (-c_3 L_A^4 \sin z_2 - c_1 \cos z_2^2 L_A^2 \sin z_2 - c_1 \cos z_2^2 L_B^2 \sin z_2 - 3c_3 z_1^2 \cos z_2^2 L_A^2 \sin z_2 - 3c_3 z_1^2 \cos z_2^2 L_B^2 \sin z_2 + c_3 L_A^4 \sin z_2 \cos z_2^2 + c_3 L_B^4 \sin z_2 \cos z_2^2 + 3c_3 z_1 \cos z_2 L_A^3 - 3c_3 z_1 \cos z_2^3 L_A^3 - 3c_3 z_1 \cos z_2 L_B^3 + 3c_3 z_1 \cos z_2^3 L_B^3 - c_3 L_B^4 \sin z_2) / \cos z_2^3 / I / z_2$$

$$A_{43} = -b_y(-L_A + L_B) / I$$

$$A_{44} = -b_y / \cos z_2^2 \cdot (L_A^2 + L_B^2) / I$$

$$A_{45} = -L_A / \cos z_2^2 (c_4 \cos z_2^2 z_1^2 - 2c_4 \cos z_2 z_1 L_A \sin z_2 + c_5 z_5 \cos z_2 L_A \sin z_2 - c_5 z_5 \cos z_2^2 z_1 - c_4 \cos z_2^2 L_A^2 - c_6 z_5^2 \cos z_2^2 + c_2 \cos z_2^2 + c_4 L_A^2) / I$$

$$A_{46} = -L_B / \cos z_2^2 (-c_4 \cos z_2^2 z_1^2 - c_2 \cos z_2^2 - c_4 L_B^2 + c_5 z_6 \cos z_2 L_B \sin z_2 + c_5 z_6 \cos z_2^2 z_1 - 2c_4 \cos z_2 z_1 L_B \sin z_2 + c_6 z_6^2 \cos z_2^2 + c_4 \cos z_2^2 L_B^2) / I$$

$$A_{55} = -R_{A_{odp.}} / L_{A_{induk.}}$$

$$A_{66} = -R_{B_{odp.}} / L_{B_{induk.}}$$

# Dvojměrná 6-ti stavová soustava (2D) - model

Matrice B

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{A_{induk.}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{B_{induk.}}} \end{bmatrix}$$

# Dvojrozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - simulace

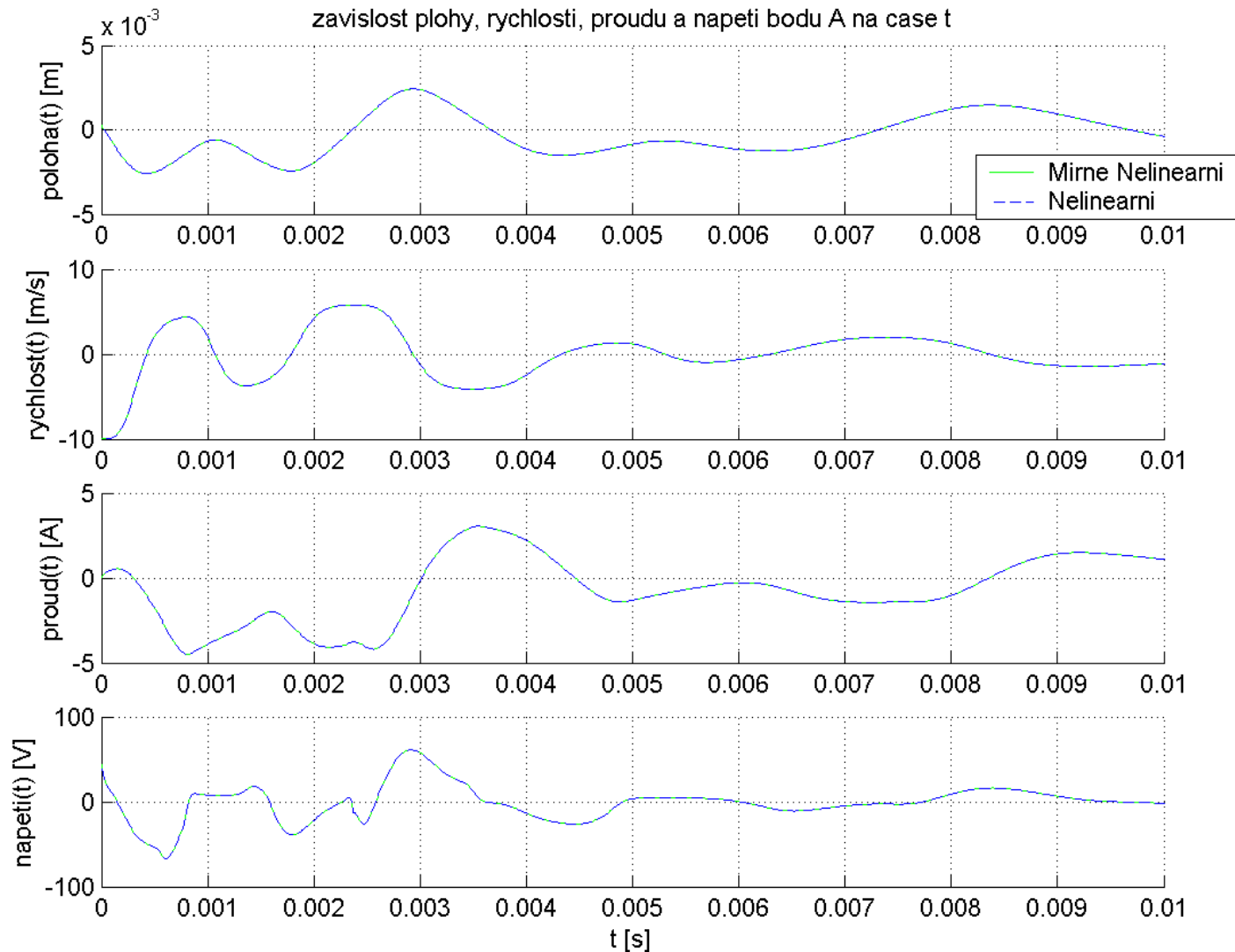
## Obecné parametry

- Integrace s pevným krokem  $\Delta t = 0,00001s$  procedurou *ode15.m*
- Buzení soustavy poruchovou silou  $F_e(t)$  náhodného průběhu v uzavřeném intervalu  $(-50, 50)N$
- Pro celkový čas simulace  $t_{celk.} = 0,01s$ , tedy 1000 kroků

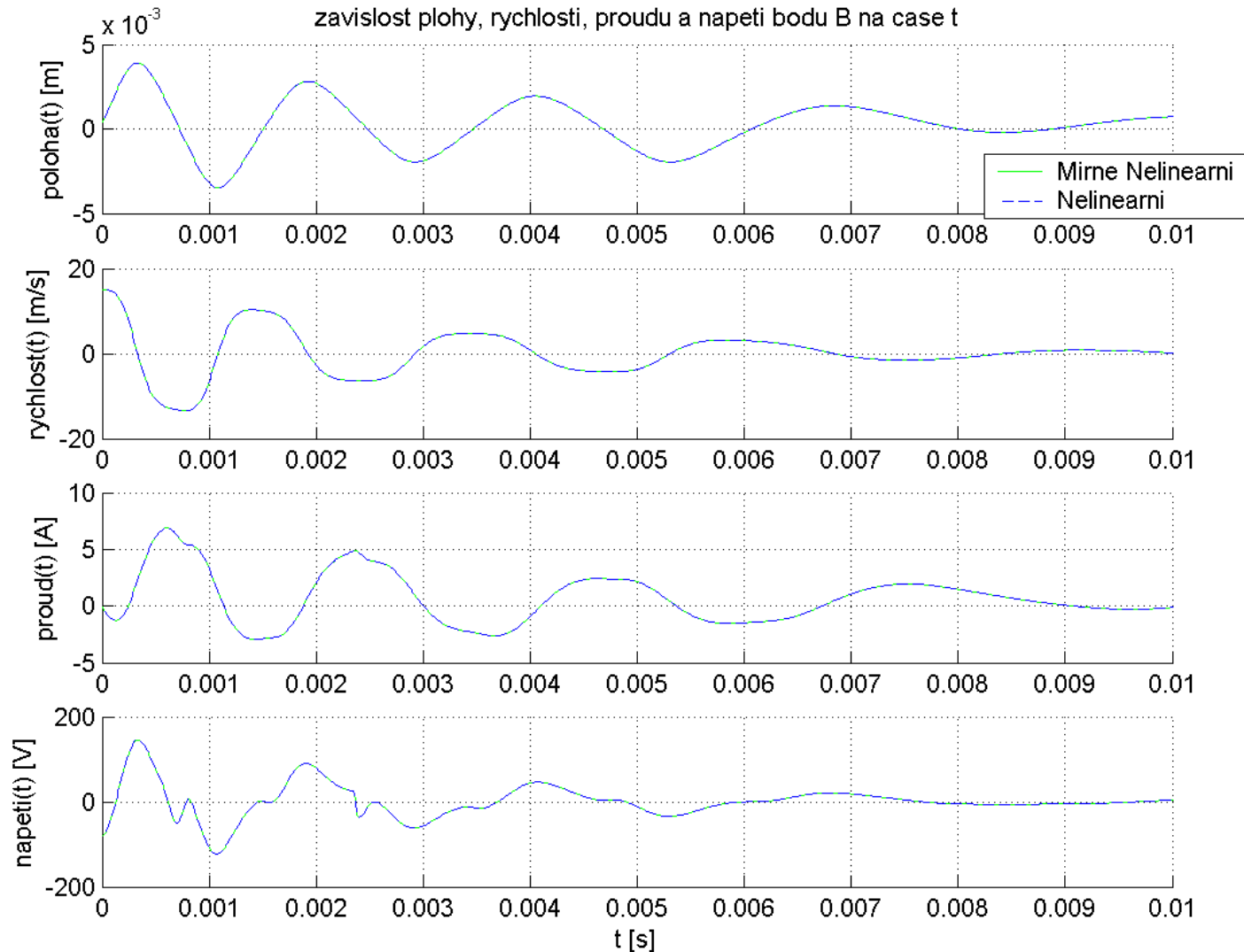
## Parametry NQR

- Matice Q (6×6) diagonální s prvky vždy stejné velikosti: 10, 100, 1000, 10000, 100000
- Matice R (2×2) diagonální s prvky vždy stejné velikosti: 1

# Dvojměrná 6-ti stavová soustava (2D) - simulace

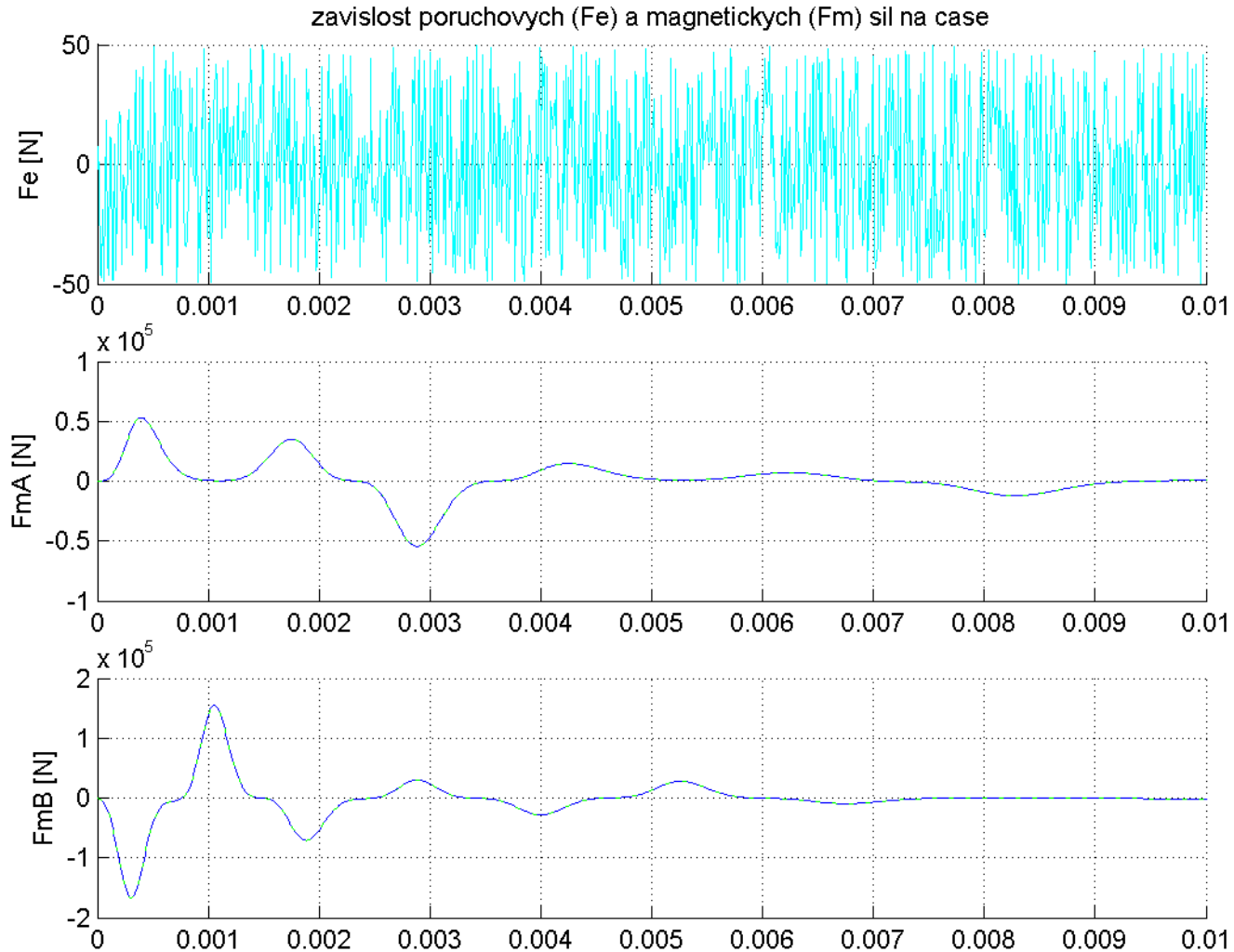


# Dvojměrná 6-ti stavová soustava (2D) - simulace

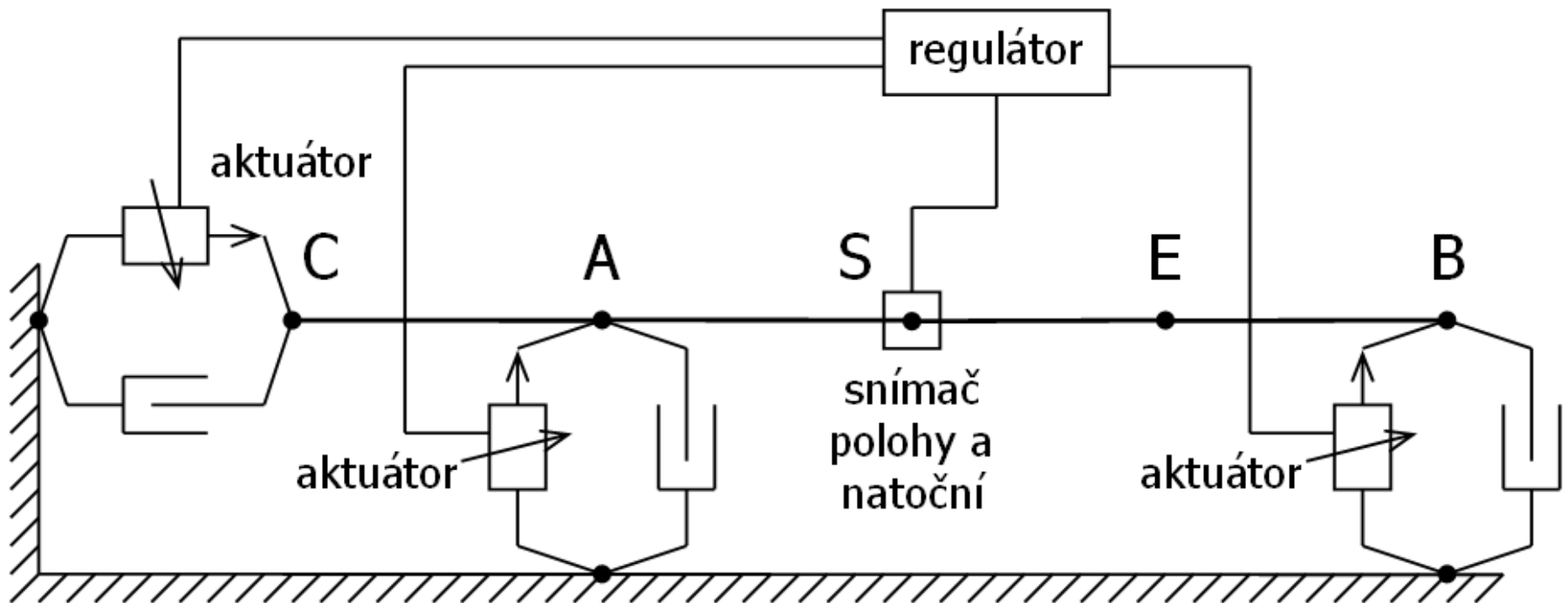




# Dvojrozměrná 6-ti stavová soustava (2D) - simulace

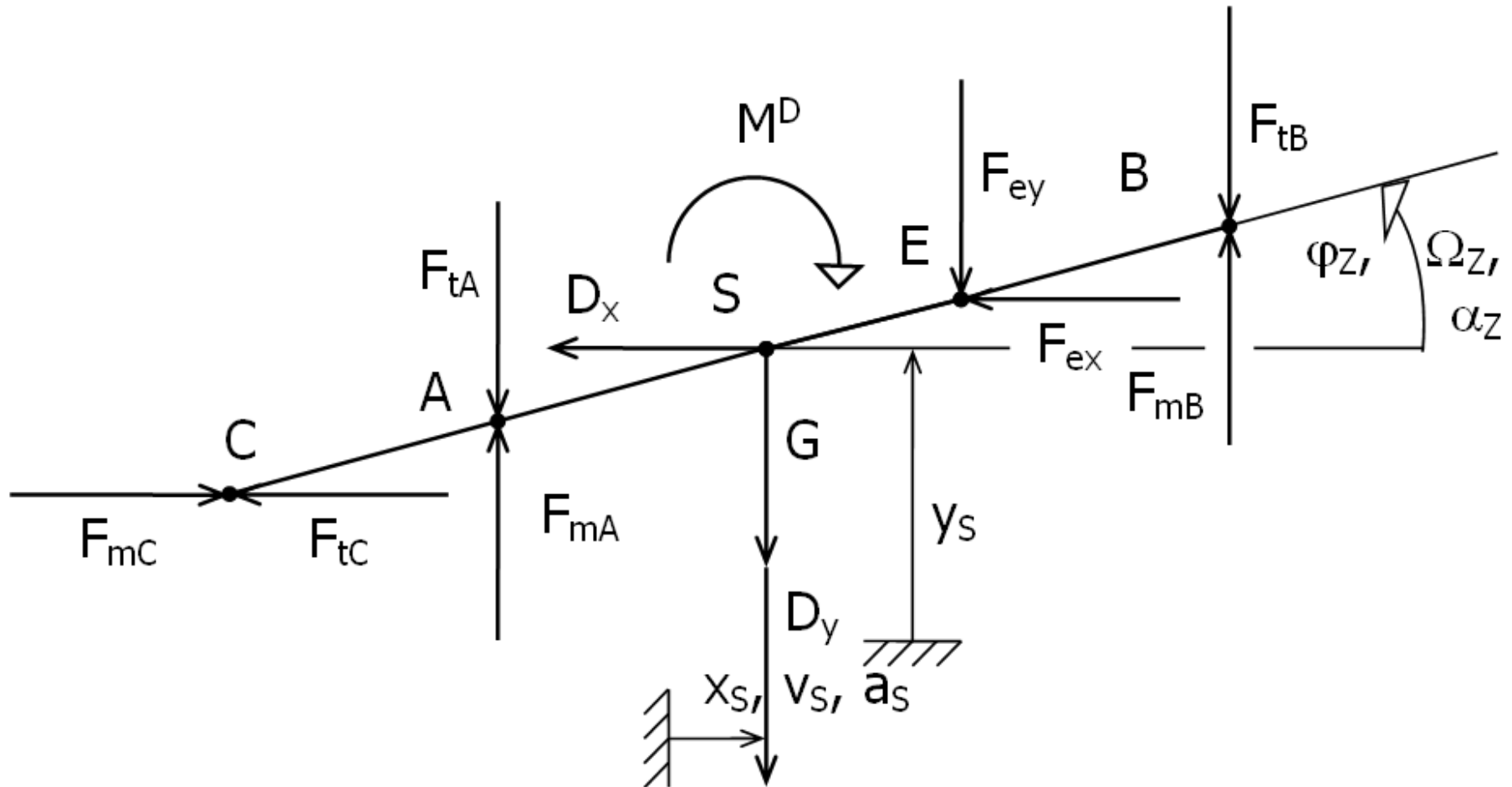


# Dvozměrná 9-ti stavová soustava (2D) - popis





# Dvozměrná 9-ti stavová soustava (2D) - popis



# Dvojměrná 9-ti stavová soustava (2D) - model

## Pohybová rovnice

$$\begin{aligned}m\ddot{x}_S &= -F_{tC} + F_{mC} - F_{ex} \\m\ddot{y}_S &= -F_{tA} + F_{mA} - G - F_{ey} - F_{tB} + F_{mB} \\I\ddot{\varphi} &= M_A + M_B + M_C + M_E\end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned}F_{mA} &= -c_1 y_A + c_2 \dot{y}_A - c_3 y_A^3 + c_4 \dot{y}_A y_A^2 - c_5 \dot{y}_A^2 y_A - c_6 \dot{y}_A^3 \\F_{mB} &= -c_1 y_B + c_2 \dot{y}_B - c_3 y_B^3 + c_4 \dot{y}_B y_B^2 - c_5 \dot{y}_B^2 y_B - c_6 \dot{y}_B^3 \\F_{mC} &= -c_1 x_C + c_2 \dot{x}_C - c_3 x_C^3 + c_4 \dot{x}_C x_C^2 - c_5 \dot{x}_C^2 x_C - c_6 \dot{x}_C^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_{tA} &= b_y \dot{y}_A & M_A &= (F_{mA} - F_{tA})(-L_A) \\F_{tB} &= b_y \dot{y}_B & M_B &= (F_{mB} - F_{tB})L_B \\F_{tC} &= b_x \dot{x}_C & M_C &= (F_{mC} - F_{tC})L_C \sin \varphi \\G &= mg & M_E &= (-F_{ey} + F_{ex} \operatorname{tg} \varphi)L_E\end{aligned}$$

# Dvojrozměrná 9-ti stavová soustava (2D) - model

Stavy

$$z_1 = x_S \quad \dot{z}_1 = \dot{x}_S$$

$$z_2 = y_S \quad \dot{z}_2 = \dot{y}_S$$

$$z_3 = \varphi \quad \dot{z}_3 = \dot{\varphi}$$

$$z_4 = \dot{x}_S \quad \dot{z}_4 = \ddot{x}_S$$

$$z_5 = \dot{y}_S \quad \dot{z}_5 = \ddot{y}_S$$

$$z_6 = \dot{\varphi} \quad \dot{z}_6 = \ddot{\varphi}$$

$$z_7 = \dot{i}_C \quad \dot{z}_7 = \ddot{i}_C$$

$$z_8 = \dot{i}_A \quad \dot{z}_8 = \ddot{i}_A$$

$$z_9 = \dot{i}_B \quad \dot{z}_9 = \ddot{i}_B$$



# Dvojrozměrná 9-ti stavová soustava (2D) - model

## Matrice A - prvky

$$\begin{aligned} A_{63} = & -(F_{ex} \sin z_3 \cos z_3^2 L_{EB} - L_C^2 \sin z_3 \cos z_3^4 c_1 - F_{ex} \sin z_3 \cos z_3^2 L \\ & + c_1 \cos z_3^2 \sin z_3 L^2 + F_{ex} \sin z_3 \cos z_3^2 z_1 - L_C^4 \sin z_3 \cos z_3^6 c_3 \\ & - 6c_3 z_2^2 \cos z_3^2 z_1 \sin z_3 L - 3L_C^2 \sin z_3 \cos z_3^4 c_3 z_1^2 \\ & + 3L_C^3 \sin z_3 \cos z_3^5 c_3 z_1 + 9c_3 z_2 \cos z_3 L z_1^2 + 4c_3 L z_1^3 \sin z_3 \cos z_3^2 \\ & - 6c_3 L^2 z_1^2 \sin z_3 \cos z_3^2 + 4c_3 L^3 z_1 \sin z_3 \cos z_3^2 - 9c_3 z_2 \cos z_3^3 L z_1^2 \\ & + 6c_3 z_2^2 \cos z_3^2 z_1^2 \sin z_3 - 2c_1 \cos z_3^2 z_1 \sin z_3 L + 9c_3 z_2 \cos z_3^3 L^2 z_1 \\ & + 3c_3 z_2^2 \cos z_3^2 \sin z_3 L^2 - 9c_3 z_2 \cos z_3 L^2 z_1 + 2c_3 z_1^4 \sin z_3 \\ & - 4c_3 L^3 z_1 \sin z_3 - 2c_3 z_1^4 \sin z_3 \cos z_3^2 + 2c_1 \cos z_3^2 z_1^2 \sin z_3 \\ & - c_3 L^4 \sin z_3 \cos z_3^2 + 6c_3 L^2 z_1^2 \sin z_3 - 3c_3 z_2 \cos z_3^3 L^3 + 3c_3 z_2 \cos z_3 L^3 \\ & + 6c_3 z_2 \cos z_3^3 z_1^3 - 6c_3 z_2 \cos z_3 z_1^3 - 4c_3 L z_1^3 \sin z_3 + c_3 L^4 \sin z_3 \\ & + L_C \sin z_3 \cos z_3^3 c_3 z_1^3 + L_C \sin z_3 \cos z_3^3 c_1 z_1) / \cos z_3^3 / I / z_3 \end{aligned}$$

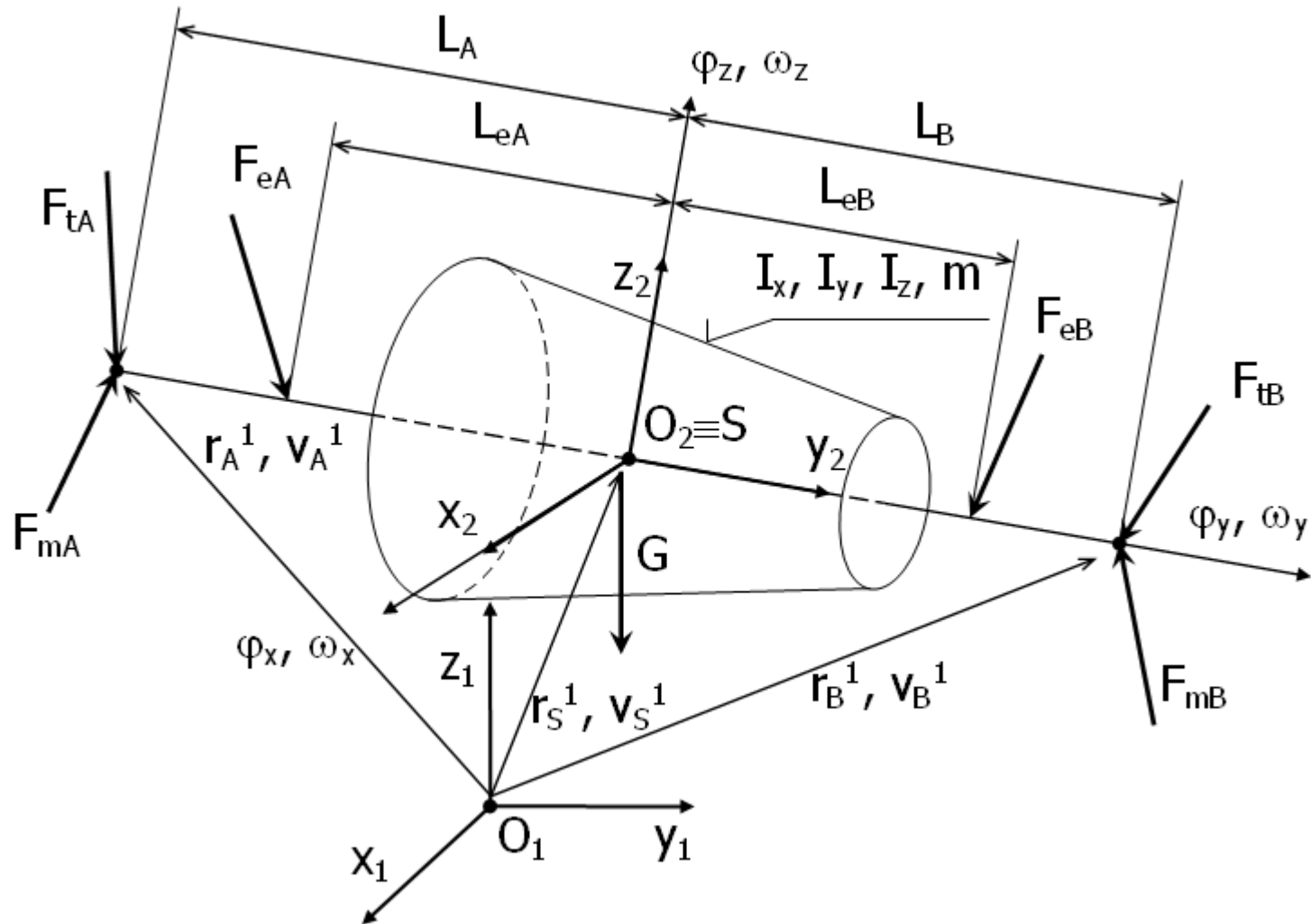


# Dvojměrná 9-ti stavová soustava (2D) - model

Matice B

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{C_{induk.}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{A_{induk.}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{B_{induk.}}} \end{bmatrix}$$

# Trojrozměrná 15-ti stavová soustava (3D) - popis



# Shrnutí

- Podařilo se zrekonstruovat 1D systém a jeho řízení PID regulátorem dle literatury.
- Podařilo se navrhnout nelineární řízení 1D systému a porovnat s tradičním řízením.
- Podařilo se vytvořit vícerozměrné modely.
- Podařilo se provést simulaci u 6-ti stavového (2D) modelu.

# Závěr

- NQR vykazuje lepší vlastnosti než tradiční PID regulátor (ověřeno v 1D případě).
- V 6-ti stavovém (2D) případě nutnost snížit nároky na dynamiku systému z důvodu energetické náročnosti (velké setrvačné účinky).
- Možnost použití přibližných stavů goniometrických funkcí.
- Ve složitějších případech (9, 15 stavů) problém s nalezením říditelného páru matic  $A$ ,  $B$ ; nutnost zjednodušení vztahů.

# Literatura

- [1] Valasek, M., Steinbauer, P.: Nonlinear control of multibody systems, In: Ambrosio, J., Schiehlen, W. (eds.): Proc. of Euromech Colloquium 404, Advances in Computational Multibody Dynamics, Lisbon 1999, pp. 437-444
- [2] Valasek, M.: Nonlinear control of magnetic bearing, In: Proc. of Interactions and Feedbacks 2000, IT AV CR, Praha 2000
- [3] Březina, T., Krejsa, J.: Determination of Q-function Optimum Grid Applied on Active Magnetic Bearing Control Task, In: Proc. of Mechatronics, Robotics and Biomechanics 2003, VUT Brno, Hrotovice 2003
- [4] Steinbauer, P.: Nelineární řízení nelineárních mechanických systémů, dizertační práce, ČVUT, 2002
- [5] Kubík, S., Kotek, Z., Strejc, V., Štecha, J.: Teorie automatického řízení I - Lineární a nelineární systémy, SNTL, Praha, 1982

# Poděkování

- Prof. Ing. Michaelu Valáškoví, DrSc.
- Dr. Ing. Tomáši Vampolovi
- Ing. Pavlu Steinbauerovi, PhD